参赛队员姓名: 高雅涵

中学: 四川省温江中学

省份: 四川省

国家/地区: 中国

指导教师姓名: 周廷明

指导教师单位: 四川省温江中学

论文题目: 一种加速悬浊液颗粒自然沉降

-Marce Awards

<u>的流体动力学效应—— Boycott 效应及其</u>

<u>实际应用</u>

·种加速悬浊液颗粒自然沉降的流 A Boy 其实际应用 高雅涵 Boycott 效应及

Hence Awards

摘要

如果颗粒在密度低于其自身的溶液中,颗粒会自然下沉,若倾斜盛放溶液的容器,颗粒沉降的速率会发生明显改变,这与颗粒与液体的性质有关。对于此现象,我提出一种利用流体动力学加速悬浊液杂质自然沉降的理论构想,特点是不借助机械,节能环保,可用于悬浊液污染物沉降分离,或用于改造河道剖面,加速河沙沉降分离等。

本文将颗粒与液体混合均一来定量研究上述过程。实验结果及理论分析表 明在多种因素限制的情况下,颗粒在液体中沉降的速度会呈现不同的具有一定 规律性的变化,这与液体混合物在沉降时的混合程度,液体粘度系数,颗粒的 粒径,沉降条件(环境限制因素容器的倾斜角度,长宽比,内部结构……)

本文运用连续介质力学模型分析了在一定容器内水流与颗粒流的对流情况, 利用 PNK 理论计算分析部分层面的沉降速度,理论分析了细小颗粒在沉降的过 程中的动态行为机制。推出在倾斜时,液体内部会产生"增强层",这也是为 什么倾斜时颗粒沉降速度比竖直沉降速度快的原因。我们定义此流域为"增强 层",定义在其影响下颗粒的沉降速度与颗粒竖直情况下下降的的速率之比为 k,在容器高径比γ不同的情况下分别对应一个最大增强比k_{max},并且由理论推 出的公式可以推出此沉降增强效应的适用范围。

同时本文理论定性分析了容器内颗粒沉降过程中的流体分型情况,颗粒受 力情况,能量转换的情况。这些都对一定容器内颗粒沉降的动态行为机制有重 要影响。最后通过实验对理论预测进行了验证。

关键词: 加速沉降; 边界增强; 流体动力学; 沉降分离; PNK 理论; 节

变量说明:本文中字母的物理含义

v₀:颗粒在竖直情况下的下沉速度

v: 颗粒实际的下沉速度

d: 试管底部宽度

θ:试管的倾斜的角度(相对于竖直方向)

γ: 试管的高径比

k: 增强比(倾斜沉降的速率与竖直沉降的速率的比值)

- Hinh

- Ke Awards

ρ1: 液体密度

ρ₂:颗粒密度

D:颗粒直径

μ:液体粘度

a: 加速度

g : 重力加速度

Re:液体雷诺数

摘要	3
本文中字母的物理含义	ŀ
一、引言6	25
1.1 选题背景及研究现状	
1.2本文主要研究内容	
二、理论分析	
2.1分析方法	
2.2 构建模型	;
2.3 流体流动的分析)
2.3 秋枢的交刀肩沉)
三、实验探究14	ŀ
3.1 实验装置	ł
3.2液体粘滞系数与颗粒沉降速率的关系15	
3.3 颗粒半径与颗粒沉降速率的关系10	5
3.4 容器倾斜角度与颗粒沉降速率的关系17	·
3.5 误差分机)
参考文献	
致谢	3
201	

目录

1. 引言:

1.1 选题背景及研究现状

当泥沙等细小颗粒在沉降时,无论是将颗粒从顶部向下释放还是将其颗粒 混合均匀,颗粒与液体的对流,液体分层行为以及其中颗粒之间相互作用都是 非常贴近现实非常关心的河沙治理类问题。

1920年 boycott 观察了有血液的试管中细胞的沉降,发现倾斜试管里出现 无细胞液体的百分比比竖直试管要大。

1928 年 Lundgren 提出 boycott effect 的解释是,沉降颗粒所置换的液体能够通过在上斜面下向下流动而绕过由下落颗粒组成的密集云的渗流。

1949 年 Kinosita 在倾斜试管道和倾斜边界下观察沉降过程中的对流,他提出这种趋势解释了 boycott 的好奇心,他观察到一些粒子以其沉降速度的 100 倍移动。[3]

1976年 W.D.Hill 等人已研究了在特定形状容器(锥形的容器)内颗粒沉降 可能比同高度的竖直试管内快上几倍,这种增强是由自然对流造成的。



图 1^[1] 文献中各流层分布 图 2^[1] 对于流体进行分区分析 图 3^[1]

图 3^[1] 对颗粒进行数值模

12rde

2005 年 ZU-JIA XU EFSTATHIOS E. MICHAELIDES 等人对于颗粒沉降的过程 进行了晶格玻尔兹曼的模拟。

1.2 本文主要研究内容

现有研究的不足:

以上分析的理论模型都有一定的局限性,以上理论模型没有真正基于力学 基础。并且都是较为宏观的,无法提供悬浮液内部颗粒的运动状态,与其浓度 分布,以及层液的厚度等流动特性。有效范围较为模糊,没有明确的边界条件。 对于此问题的应用也缺乏更有实际意义的模型,所以我将在前人的基础上对此 问题进行完善。

本文主要研究内容如下:

1. 创新性地运用受力分析从对颗粒群的分析,多角度的阐述此现象。

310:

2. 在 Boycott 等人的模型上进行优化,自己建模,将这个现象应用于实际的工业污水沉降以及河沙治理。

3. 计算出前人并没有得到明确结论的倾斜角度的值。在其提出的 PNK 理 论上进行优化,优化具体体现在对于其较为宏观的速率进行细化,得出在高径 比不同的容器中其最大增强比是不同的,并且可以由我们推出的公式计算出具 体的增强比以及其产生的条件: θ的值。并且前人对于此沉降效应的适用范围 不清,在理论上我们可以计算出此沉降效应的适用条件 0 < θ < θ*。在实验中 也可以观察到θ > θ*后沉降有削弱的情况。

2.理论分析

2.1 分析方法

我们将采用构建流体力学模型系统的方法描述颗粒在容器中沉降的状况, 运用斯托克斯定律等推算在一定角度,均一液体中颗粒的沉降速率。

2.2 构建模型



根据图片简化为上图所示物理模型,字母含义见上文变量说明。我们将此 试管中分为三个部分,蓝色箭头的部分为颗粒沉降后形成的低密度澄清液,中 部为颗粒与液体混合的悬浊液,底部为沉淀区。

2.2.1 影响因素分析(流体



对于竖直流体来说,是如上图的流动状态,上图中蓝色箭头处为颗粒沉降 后所成的无明显颗粒的低密度澄清液,在颗粒较多的部分为高密度的悬浊液区 域。由于颗粒与液体的相对运动,低密度的澄清液从悬浊液中分离出,向上运 动。高密度的悬浊液在重力的作用下向下运动,高低密度流的交错使颗粒的沉 降在竖直方向受阻。

对于倾斜流体来说,颗粒由于竖直的重力而偏向所倾斜的那一侧沉降,在 另一侧则产生低密度的澄清液体区,低密度的澄清液由于压强差向上汇集,高 低密度流的分流减缓了颗粒沉降的阻力。 Stor.

根据文献[4] Hill W D, Rothfus R R, Li K. Boundary-enhanced sedimentation due to settling convection[J]. International Journal of Multiphase Flow, 1977, 3(6):561-583.可知颗粒损失的势能转化为对流动能。通过对流和沉降颗粒周围流动的粘性耗散转化为内能。故粒子旋转和扩张力的影响在平衡中忽略不计。

1.2.2 影响因素分析(颗粒受力分析)

对在液体中的颗粒进行受力分析,建立简化的流体力学系统模型。

将小颗粒理想为形状规则的球形,在这个沉降的过程中,我们对颗粒群进 行受力分析,由于颗粒群数目庞大,但由于颗粒之间充斥着液体使其碰撞与颗 粒间的摩擦减少,并且此运动现象存在随机性,对于颗粒群来说其影响较小, 故将颗粒间的碰撞和摩擦暂时不计,此过程会在能量分析中体现。

容器中的悬浮颗粒下沉时,会在上方斜壁产生小型澄清液体区域。此区域 的上升流会由于斜壁限制向开口处的液体区域流动,颗粒会及时填满斜壁清液 区域。此开口处的颗粒因此下沉。如下图深蓝是液体与颗粒混合的悬浊液,浅 蓝是低密度澄清液,试管中蓝色头代表的是第一部分颗粒运动的方向。



解得速度 $v = \frac{2(\rho_2 - \rho_1)gr^2}{9\mu}$(9)

第二个过程为颗粒填补竖直沉降后颗粒的空缺。整个颗粒体系由于液体流动等原因,将始终保证颗粒体系斜壁面处没有空缺,于是颗粒体系通过填补斜壁面空缺最终只存在水平上表面。由此我们将可以算出其下降的真实速率。

计:此竖直沉降的速度为 v_0 ; S(t)为澄清液的下降的面积速率(沉降效 应) S(t) = $v_0(AB + BC) = v_0(Htan\theta + \frac{d}{cos\theta})$(10) 又 $tan\theta = -\frac{d}{cos\theta}$

在这里为了更好的表示沉降效应,我们定义沉降强度为:

$$k = \frac{H_0}{\ln\left(1 + \frac{H_0}{\alpha}\right)\alpha}$$

竖直液面面积=倾斜液面面积

eAward $H_{v}d = H_{0}\frac{d}{\cos\theta} + \frac{d^{2}tan\theta}{2}.$ (9) $H_0 = H_v cos\theta - \frac{d}{2}sin\theta...$ $\mathcal{H}_{n} = \gamma d (\gamma 即为容器的高径比)$ 化简得 $H_0 = d(\gamma cos \theta - \frac{1}{2} sin \theta)$ cost 6 当增强层为0 时内部流体分布情况

当 $H_0 = 0$ 时,如上图所示,此时有 $\theta^* = tan^{-1}2\gamma$,因三角形液体的增强层 的长度总为 0, $tan^{-1}2\gamma \leq \theta < 90^{\circ}$ 时, $v = v_0; k = 1$ 。

最后化简得 $k = \frac{\gamma sin\theta cos\theta - \frac{1}{2}sin^2\theta}{\ln(1 + \gamma sin\theta cos\theta - \frac{1}{2}sin^2\theta)}$, 当 γ 增大时, θ 增大; 最大增强比 k_{max} 增

大。下图是 $k(\theta)$ 的函数图像,由我们可以看到当 γ 不同时其沉降效应的最大增 强比k是不同的,但是产生最大增强比的角度可以根据盛放溶液的容器的高径



比算出其产生 k_{max} 时 θ 的值。并且可以算出其产生沉降效应的范围 $0 < \theta < \theta^*$ 。

3.实验探究

3.1 实验装置





wards

图 8 **实验装置实物图**

图 9 处理后的视频截图 (颗粒沉降时)

图 10 处理后的视频截图 (颗粒沉降完成时)

我们采用转轮制造均一颗粒与水混合液体,将液体倒入试管中给,将试管 固定于铁架台上,用 Tracker 软件内置量角器测量倾角。在 Photoshop 中对视 频使用彩色负片的曲线,使颗粒与液体分界更加明显,便于观察沉降。

实验器材:不同管径的圆底试管,不同直径的碳酸钙与二氧化硅的混合颗粒,8目、16目、26目、40目、70目筛子,注射器,计时器,转轮,铜丝若干,橡皮套,电子秤。

不同高径比的试管作为盛放溶液的容器,用锤子将颗粒砸碎,再用一定目数的筛子筛,将颗粒的半径控制在一个比较小的范围内,(如过得了10目筛子却过不了20目筛子的颗粒归为一个组分,其半径范围为2×10⁻³米到8.4×10⁻⁴米之间)。用碳酸钙与二氧化硅颗粒模拟在污水中的泥沙等不可溶杂质,用水与丙三醇的混合溶液充当承载颗粒的液体,用电子秤称取一定质量的颗粒与液体,将其上两个组分混合得到悬浊液。将其绑在转轮上,来回转动10周,为使颗粒也液体充分混合均匀,并且最大程度上保证了每次实验颗粒与液体的混合程度相同。对整个过程进行视频录制,将录得视频导入Photoshop中调节成彩色负片,因为在此模式下我们可以明显的观察到颗粒与液体的情况,用计时器进行时间记录。

实验前分析:由理论 $v = \frac{H_0}{t} = v_0 \frac{H_0}{\ln(1+\frac{H_0}{\alpha})\alpha}$ 得沉降的速率与其液体粘滞系数,

颗粒半径,容器高径比,倾斜角度有关。关于其沉降效应,在此定义了k =

<u>γsinθcosθ-1/2</u>sin²θ h (1+γsinθcosθ-1/2sin²θ)</sub>,将倾斜角度与高径比联系起来,从理论分析中我们得到沉 降速率与液体粘滞系数,颗粒半径成单调关系,所以分开变量研究,而对于角 度与高径比所定义的沉降强度来说存在一个最优解,我们的实验就是来验证前 理论得到的沉降强度是否成立,以及其误差的范围。以便运用到工业化沉降中。

Wards

实验步骤如下:

1. 将的 1.82×10⁻⁴米的碳酸钙与二氧化硅颗粒注入试管中

2. 借助电子秤配置丙三醇与水(丙三醇与水质量比为2:8)与颗粒混合 悬浊液。

3. 将试管固定在转轮上,将转轮来回旋转10周,使颗粒与液体混合均匀。

4. 录制视频用特殊软件处理调节为彩色负片,用使用计时器计录沉降时间。

5. 记录数据,每组实验做5次及以上,取实验数据的平均值进行分析。

3.2 液体粘滞系数与颗粒沉降速率的关系

固定变量:试管口径 25.0mm,粒子浓度 14.94%,粒子直径 1.3×10⁻⁴ 米,室内温度 20℃,倾斜角度 48.2°。

液体的粘滞系数分别为 0.01005pas, 0.0131pas, 0.0176pas, 0.0344pas, 0.0592pas, 0.108pas。



图 11 颗粒沉降时间关于液体粘滞系数的实验值

粘滞系数(pas)	时间理论值(s)	时间实验值(s)	相对误差
0.01005	7.93	7.80	1.16%
0.0131	10.33	8.00	22.58%
0.0176	13.88	13. 50	2.76%
0.0344	27.14	26.70	1.61%
0.0592	46.70	50.90	8.98%
0.108	85. 19	91.70	7.64%

由此可以看出颗粒沉降时间随液体粘滞系数的增大而增大,成正相关的关系。

3.3 颗粒半径与颗粒沉降速率的关系

固定变量:试管口径 25.0mm,粒子浓度 14.94%,粘滞系数: 0.0503pas, 室内温度 20℃,倾斜角度 48.2°。

变量:颗粒半径 8.22×10⁻⁴米, 4.16×10⁻⁴米, 2.86×10⁻⁴米, 1.82×10⁻⁴

通过使用不同目数的碳酸钙与二氧化硅颗粒体现颗粒的颗粒的不同半径。 (改变了颗粒的表面积)。



图 12 颗粒沉降时间关于颗粒半径的实验值

颗粒半径(m)	时间理论值(s)	时间实验值(s)	相对误差			
0.000822	1.30	1.50	15.61%			
0.000416	5.07	4.80	5.24%			
0. 000286	10.72	12. 30	14. 77%			
0. 000182	26.47	29.90	12.98%			

由此实验验证,可知颗粒半径与颗粒速率成正相关关系成立。

3.4 容器倾斜角度与沉降时间的关系

固定变量: 试管口径 25.0mm, 粒子浓度 14.94%, 粘滞系数: 0.0503, 室 内温度 20℃,颗粒半径 1.82×10⁻⁴米

变量倾斜角度: 18.8°, 27.6°, 39.7°, 48.2°, 60.2°, 72.4°, 84.6°



图 13 颗粒沉降时间关于容器倾斜角度的关系

角度(゜)	时间理论值(s)	时间实验值(s)	相对误差
18.8	44.26	49.70	12.28%
27.6	38.61	40.30	4.38%
39.7	33, 59	37.20	10.73%
48.2	31.24	27.80	11.01%
60.2	28.98	21.80	24.77%
72.4	27.62	16. 30	40.89%
84.6	27.00	15.70	41.84%

在真实实验中我们发现在倾角较大时沉降效应出现削弱的现象,在角度大于最佳角度时沉降会被减缓,当无增强层时,即H₀=0时,沉降不会被增强, 其速率等于在竖直流体中沉降的速率,所以验证了此公式的适用范围:0<

 $\theta < \theta^*$ 。我们可以从公式 $k = \frac{\gamma sin \theta cos \theta - \frac{1}{2} sin^2 \theta}{\ln (1 + \gamma sin \theta cos \theta - \frac{1}{2} sin^2 \theta)}$ 中推出在不同高径比的容器中

沉降强度的最大值 k_{max} ,也可以算出产生 k_{max} 时 θ 的值,并且可以又此函数得出在不同高径比的容器中产生沉降加强的条件。解决了前人对于此沉降效应没有算出确切角度产生最大增强比 k_{max} 的问题和前人对于此沉降效应没有明确限制条件: $0 < \theta < \theta^*$ 的问题。

3.5 误差分析

在实验室的实验中,实验装置与数据收集器的精度方面,与精密仪器设备 间有较为可观的误差,误差的来源包括但不仅限于设备还有在实验中的一些不 可控因素。

(1) 数据收集

采用将视频调到彩色负片的方式将颗粒与液体明显的区分开来,但是由于 技术有限,进而不可以较为准确的观测到颗粒沉降的情况。但是由于开始沉降 的开始时间是用计时器,与真实时间有一定误差。

Wards.

(2) 理论模型

1. 本实验基于 PNK 理论与连续介质力学模型,对于最后的沉降部分还是 有一定局限性,因为 PNK 理论是表示自然对流的上限。

2. 对于颗粒之间的相互作用没有进行深入分析,根据文献[4] Hill W D, Rothfus R R, Li K. Boundary-enhanced sedimentation due to settling convection[J]. International Journal of Multiphase Flow, 1977,可知颗粒损失的势能转化为对流动能。 通过对流和沉降颗粒周围流动的粘性耗散转化为内能。粒子旋转和扩张力的影响在平衡中忽略不计。

3. 将不规则的颗粒近似做等半径的球形颗粒,对于不规则的颗粒其各个 方向受力不平衡并且数目庞大,所以对于颗粒群的受力分析将其模型简化。

4. 在进行液体粘滞系数的实验时,对于不同粘滞系数的液体其层流与湍流对其的影响没有在理论值中体现,但是理论中明确计算出了粘滞系数对颗粒沉降的影响。

(3) 实验操作

1. 虽然使用转轮旋转,但是也达不到理想的单分散悬浊液(各颗粒参数均相同)

2. 停止转动转轮时试管内液体会晃动,使其中的液体对流情况更加复杂, 以及水的环流情况。会使容器内的悬浊液较紊乱,但是在短时间内又可回复到 近似静水的状态。

4.总结

本文针对颗粒在不同情况下的沉降进行了研究,将以往传统的 PNK 理论应 用于实际,并且对颗粒群进行了受力分析,在 PNK 理论的基础上,解决了前人 没有明确得出什么角度下颗粒沉降的最快的问题,理论和实验结合得到了倾斜 增强沉降的条件,以及θ与液体竖直高径比的γ的关系。并且将传统的 PNK 理论 的适用范围扩大,对于边界有明确的适用范围,将模型进行优化,对于现在工 厂的污水处理的水池进行改装,使悬浮颗粒的沉降速率大大增加,减少成本。

Stor.

影响颗粒沉降的因素主要有盛放液体颗粒混合物的容器的倾斜角度,颗粒 自身的半径,容器的长宽比,液体的粘滞系数。

1.借助 PNK 理论模型推得平均沉降速度v与竖直沉降速度v₀的比例关系函数。

2.颗粒的沉降速度在以往的文献并没有明确的值,在理论推导中我们得到 颗粒的沉降速率随角度的变化并不是单调的,在其中存在一个最佳角度。我们 解决了前人未解决的角度问题。

3.通过实验验证了倾斜条件下液体分流帮助沉降,增强比函数*k*(θ)的有效 性。

4.确定了倾斜沉降增强沉降条件: $\theta \ge \theta^*$;以及 θ 与液体高径比 γ 的关:正相关。

5.颗粒的沉降速率与颗粒的半径成正相关关系,与液体的粘滞系数成反比 关系。

6.新构建的实验模型可投入工业生产中,用于污水净化以及河沙沉降等领域,无须使用机械设备,利用流体动力学实现颗粒的自然沉降,节能环保。

参考文献

[1] BOYCOTT, A. Sedimentation of Blood Corpuscles. *Nature* 104, 532(1920)

[2] PONDER, E. On sedimentation and rouleaux formation.Quart J.E~~siol. 15,235-252,1925.

[3] NAKAMURA, H. and KURODA, K. La cause de I 'acceleration de la vitesse de sedimentation de suspensions dans les recipients inclines. Keijo J. Med. 8, 256-296, 1937.

[4] LUNDGREN.R 1928 Acta Med. Scand. 69, 405f.

[5] Hill W D , Rothfus R R , Li K . Boundary-enhanced sedimentation due to settling convection[J]. International Journal of Multiphase Flow, 1977, 3(6):561-583.

[6] J.F. Richardson, W.N. Zaki, Trans. Inst. Chem. Eng. 32 1954 35

[7] Dobashi T, Goto H, Sakanishi A, et al. Erythrocyte sedimentation rate II. Effects of tilt angle in saline solution[J]. Biorheology, 1988, 25(1-2):157.

[8] Acrivos, Andreas, and E. Herbolzheimer. "Enhanced sedimentation in settling tanks with inclined walls." Journal of Fluid Mechanics 92(2006).

[9] Baranets, V., and N. Kizilova. "Mathematical Modeling of Particle Aggregation and Sedimentation in the Inclined Tubes". *Visnyk of V. N. Karazin Kharkiv National University. Ser. Mathematics, Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 90, Dec. 2019, pp. 42-59,

[10] Speeding up of Sedimentation under Confinement, S. Heitkam, Y.Yoshitake, F. Toquet, D. Langevin, and A. Salonen

[11] Simulating particle settling in inclined narrow channels with the unresolved CFD-DEM method, Junsheng Zeng, Pengfei Tang, Heng Li, and Dongxiao Zhang, Phys. Rev. Fluids 6, 034302 - Published 26 March 2021

[12]李铭志,何炎平,诸葛玮,黄超.泥沙颗粒沉降速度计算方法比较分 析[J].水运工程,2014(06):6-9.DOI:10.16233/j.cnki.issn1002-4972.2014.06.001.'

[13] 雷中云,邓荣东,姜克冰,库建刚.低雷诺数下不规则颗粒沉降阻力 公式的改进和验证[J/OL].福州大学学报(自然科学版):1-7[2022-04-30].http://kns.cnki.net/kcms/detail/35.1337.N.20220407.1006.008.html

JLL HION

1211

致谢

我衷心感谢周廷明老师对关于流体力学相关理论的指导,对论文写作给出 的建议与对初步实验设计方面提供的帮助。

在实验过程中,老师们提供大量支持,感谢学校为我们提供的大量实验器 材及实验场地,最终完成了论文的研究工作。

24

衷心感谢所有老师,学校及同学对本论文提供的协助。 一次在中心的中心的问题。 WHIT You HIGH School Science Marting Science Marting School Science Marting School Science Marting Science Mar