

参赛论文封面

参赛学生姓名：_____沈奕钧_____

中学：_____复旦大学附属复兴中学_____

省份：_____上海_____

国家/地区：_____中国_____

指导老师姓名：_____张浩_____

指导老师单位：_____复旦大学_____

论文题目：_____分离流对隐式神经表示流场预测精度影响的研究_____

分离流对隐式神经表示流场预测精度影响的研究

参赛学生：沈奕钧 指导老师：张浩

摘要

翼型绕流中的流动分离会诱发回流、剪切层、尾迹与压力极值等复杂结构，使流场在局部呈现强梯度、高频振荡与变量尖峰。隐式神经表示（INR）以连续坐标函数参数化流场，被视为替代传统 CFD 重复计算的候选代理模型，但其可靠性不能仅凭全域平均误差判断。本文以开源的 AirfRANS 数据集为对象，系统研究分离流对 INR 流场预测精度的影响：先以传统 INR 为基线，证明分离相关区域的预测误差显著高于常规区域；再以误差贡献率量化各区域对全局误差的占用；继而从平滑表达、Fourier 频率有限、条件调制全局化与湍流黏性长尾尖峰四个角度分析误差产生机理；随后引入连续分离程度表征完成模型改进；最后用 cfd 进行数据核验

主要结论如下：其一，分离相关区域的误差放大稳定存在：回流区、压力极值区、高湍流黏性区与分离候选区的速度误差分别为全域的 1.68、1.35、0.75 与 1.82 倍，压力 MAE 分别为 2.76、3.70、0.45 与 1.13 倍，湍流黏性 MAE 在高湍流黏性前 5% 区达到 16.04 倍。其二，误差贡献高度集中：分离候选区以 16.74% 的采样点承担 17.04% 的速度误差、18.85% 的压力误差与 80.47% 的湍流黏性误差。其三，机理上，速度梯度前 25% 区域的速度误差为普通区域的 1.89 倍、涡量前 25% 区域为 2.05 倍，压力梯度前 25% 区域压力误差为 3.56 倍，坐标敏感性与速度、压力误差的相关系数为 0.540 与 0.703，而与湍流黏性误差几乎无关。其四，引入连续分离程度加权、大批次训练与多目标模型选择后，最优模型 run_0024 的综合得分由传统 INR 基线的 22.5717 降至 20.2323，速度误差由 25.00% 降至 21.97%，压力 MAE 由 365.26 降至 323.10。其五，CFD 核验表明该模型在全域、分区与积分量三个层面符合实际：98 个验证工况全分辨率核验的平均全域速度误差为 22.53%，分离区放大至 41.86%（1.86 倍）、回流区 185.19%（8.22 倍）；升力系数与 CFD 呈高度线性一致（ $R^2=0.7959$ ）；三个典型工况翼面最大 C_p （驻点）为 1.001、1.002、0.996，验证了压力口径的物理自洽性。

关键词：隐式神经表示；流动分离；流场代理模型；误差贡献率；AirfRANS；CFD 核验

一、背景

在设计飞机，轮船，汽车，以及管道设备时，流体力学分析是必不可少的，这可以减少我们实验的成本。但是 cfd 存在大量数据运算，这会大量消耗时间和电力，因此基于数据驱动的大模型进入了人们的视野。然而，大模型在拥有强算力的同时也继承了局部失真的问题。我们必须了解并解决它。

二、文献综述

2.1 数据驱动流场代理建模的研究基础

机器学习流体力学研究表明，数据驱动模型能够在流场重构、代理建模和湍流建模中降低传统 CFD 的重复计算成本，但其可靠性取决于训练数据分布、物理一致性和跨工况泛化能力。Brunton、Noack 与 Koumoutsakos 系统总结了机器学习在流体力学中的应用前景与局限[1]；Duraissamy、Iaccarino 与 Xiao 则指出，在分离、再附着、强逆压梯度和非平衡湍流等区域，数据驱动模型更容易出现外推风险和局部预测偏差[2]。AirfRANS 数据集进一步为翼型二维 RANS 流场代理建模提供了统一数据基础，使速度、压力和湍流相关变量的多工况预测能够在可复现条件下开展[3]。

这类研究为本文提供了问题背景：流场代理模型不能只依赖整体误差判断可靠性，复杂流动区域的局部偏差同样需要关注[1,2]。

2.2 INR 连续场表示及其局限

隐式神经表示（INR）用神经网络参数化连续坐标到物理量的映射，适合表达非均匀采样点上的连续流场。也就是说，INR 并不是建立数字和数字之间的关系，而是建立函数和函数之间的关系。SIREN 和 Neural Fields 相关研究证明了神经网络作为连续场表示的潜力[4,5]；流体是连续场而不是一个个孤立的点，所以 INR 天然适合预测流场。Fourier Features 与频率偏置研究进一步说明，常规 MLP 往往优先学习低频结构，而坐标频域扩展可以增强高频函数拟合能力[6-8]。这些研究共同构成了本文采用连续坐标结构表达流场的理论基础。

然而，对于传统 INR，Fourier 特征研究也暗示了坐标网络在高频、多尺度局部结构表达上的限制[4,6-9]。附着流区域通常呈现较平滑的空间变化，而分离区、剪切层、尾迹和压力极值区具有更强的局部高频、强梯度和多尺度耦合特征。这意味着流场的速度大小、方向会在很小的范围里有很大的改变。如果只是单纯提高坐标网络的表达能力，并不能保证模型理解分离结构和附着结构的差异；如果训练和评价仍停留在全域平均误差层面，小面积复杂区域容易被大面积平滑区域淹没。这直接导致的结果是：看起来 R^2 、相关系数等统计学指标不错，但对失速速度、诱导阻力等实际工程情况的预测能力较差。因此，INR 为流场连续表达提供了基础，但分离流问题要求进一步考虑流场结构本身的连续变化。

2.3 多工况条件表达与特殊区域学习的启示

多工况流场预测需要处理攻角、雷诺数、马赫数等条件变化。FiLM 条件调制通过逐通道缩放与偏移把条件信息作用于中间特征，为多工况神经网络建模提供了通用思路[10]。显然传统的欧式坐标不能满足多工况需求，本文借鉴这一类条件表达思想，使坐标场表示能够随来流工况变化而调整响应。但 FiLM 等条件调制主要处理全局工况差异，不能直接说明同一算例内部哪些区域处于弱分离、强分离、回流或再附着状态。

另一方面，不均衡学习和困难样本学习研究说明，当少数困难样本承担较高错误代价时，统一损失函数容易被多数简单样本主导。He 与 Garcia 对不均衡数据学习的综述以及 Focal Loss 的思想都证明，提高困难区域或困难样本的关注度是已有机器学习研究中的成熟思路[14,15]。但是传统的分类学习将数据划分为 0/1 状态，这种非黑即白的算法不能体现流体「连续」的特点。

2.4 已有研究不足与本文创新指向

综合上述文献可以看出，数据驱动流场代理建模基础[1-3]、INR 连续坐标表达基础[4,5]、多工况条件表达基础[10]以及困难区域学习[14,15]已经是优化神经网络学习效率的成熟技术。但这些基础之间仍存在一个尚未充分解决的连接问题：分离流本身是连续发展的物理过程，而很多数据驱动建模和误差分析仍倾向于使用全域平均指标或二值区域判断。这样做虽然便于实现，却难以表达

分离程度的渐变，也难以解释弱分离、强分离、回流、近壁低速和压力极值等结构之间的连续差异。

因此，本文强调的是：在已有连续场表示和特殊区域学习基础上，将分离流从二值区域判断推进为连续坐标结构下的连续程度表征。也就是说，本文的思路不是凭空想象一种或许有用的技巧，而是由文献自然推出：既然 INR 擅长连续坐标表达，而分离流又不是简单的离散状态，那么面向分离流的 INR 改进就应当避免把区域粗糙地划分为分离/非分离，而应围绕连续坐标结构表达分离程度的空间渐变。这一创新边界是由已有技术、INR 特性与流体特性共同推出来的。

表 2-1 已有文献基础与本文创新指向

已有文献基础	前人提供的基础	仍存在的问题	本文由此形成的创新指向
数据驱动流体力学 [1-3]	证明代理模型可降低 CFD 重复计算成本，并指出复杂流动区域存在可靠性风险	整体误差评价不足以解释分离相关区域的局部失效	需要面向分离结构理解 INR 误差来源
INR / Neural Fields [4,5]	提供连续坐标到物理场的函数表示方式	连续表示能力不等于能够区分分离程度	利用连续坐标结构表达流场中分离程度的空间渐变
谱偏置与 Fourier Features [6-9]	说明神经网络高频拟合困难，并提供坐标频域增强思路	分离流困难不仅是高频问题，还包含结构渐变和局部状态差异	将高频表达与分离程度的连续空间变化联系起来
FiLM 条件调制 [10]	说明工况参数可调制网络特征	全局工况调制不能直接描述算例内部局部分离状态	在多工况连续场中关注局部分离程度而非仅关注全局条件
困难区域与不平衡学习 [14,15]	说明特殊区域或困难样本可获得更高关注	特殊区域识别和加权并非本文原创，且二值划分过粗	把是否分离推进为连续分离程度表达

2.5 综述小结

在确认已有研究基础和局限后，本文思路可以被确定为五步：第一，需要证明分离流这一特殊现象的确会影响 INR 预测精度；第二，具体量化不同的区域会造成怎样的误差；第三，根据已有基础分析分离流动使 INR 失效的具体机制；第四，针对这一机制，结合文献启示进行改进；第五，利用传统 CFD 和传统 INR 确认这一改进的确是有效的。

三、证明分离流相关区域会影响 INR 预测精度

本节首先论证流动分离区域会降低 INR 的预测精度。本文选取公开数据集 AirfRANS 样本，该数据集涵盖回流区、高湍流黏性区、近壁低速区与压力极值区，通过对比分离特征区域、全场区域及无分离候选区域的预测误差，量化分离结构带来的精度损失。据此本节得出结论：流动分离相关区域的 INR 预测误差显著高于常规无分离区域。

3.1 初始 INR 模型建立与训练有效性

当前用于现象验证的初始模型是带弱结构辅助监督的 SSA-INR (`structure_input_scale=0.15`, `structure_loss_weight=0.005`)，为了排除物理约束对数据的干扰，在研究中不包含 PINN 物理残差。模型首先将输入拆分为坐标几何分支和工况条件分支：坐标几何分支包含 `x`、`y` 和 `implicit_distance`，用于描述采样点在流场中的位置及其与翼型边界的关系；工况条件分支包含 `AoA`、`Re_or_speed_proxy` 和 `Mach`，用于描述不同仿真 case 下的来流差异。

坐标分支先经过多尺度 Fourier 编码，将低维坐标映射到多个频率尺度上的 `sin/cos` 特征，每个尺度分别进入线性层和残差块。工况分支进入条件网络，输出每个残差层所需的 `scale` 和 `shift`，再对中间特征进行逐通道调制。最后，三个尺度的隐藏特征被拼接，并通过输出层回归得到 `u`、`v`、`p` 和 `nut`。模型训练全程在归一化数据空间内计算均方误差 (MSE) 损失；针对湍流黏性量级跨度大的问题，训练阶段对其做对数变换，达到数据归一化的目的，并平衡各输出变量的损失权重。

表 3-1 初始 INR 模型结构设置

模块	当前代码设置	原理说明
输入维度	13 = <code>x</code> , <code>y</code> , <code>implicit_distance</code> + 7 壁面几何特征 + <code>AoA</code> , <code>Re_or_speed_proxy</code> , <code>Mach</code>	同时编码空间位置、几何距离和工况条件
输出维度	4 = <code>u</code> , <code>v</code> , <code>pressure</code> , <code>nut</code>	同时预测速度、压力和湍流黏性
Fourier 编码	<code>features=32</code> , <code>sigmas=[0.5, 2.0, 8.0]</code>	把坐标投影到多尺度周期特征中
条件网络	<code>condition_width=64</code>	由工况变量生成每层调制参数
主干网络	<code>num_layers=3</code> , <code>hidden_dim=64</code>	残差 MLP 学习连续流场映射
损失函数	<code>normalized MSE + output/channel weights + point weights</code>	在归一化输出空间稳定训练，强调近壁和压力极值区域

本次分析读取一次完整训练结果。模型为传统 INR，不包含其他优化项；验证方式采用逐算例级验证，所有 case 均不参与模型训练，以此评测网络在未知工况样本下的泛化能力。训练与验证的基本规模如表 3-2 所示。

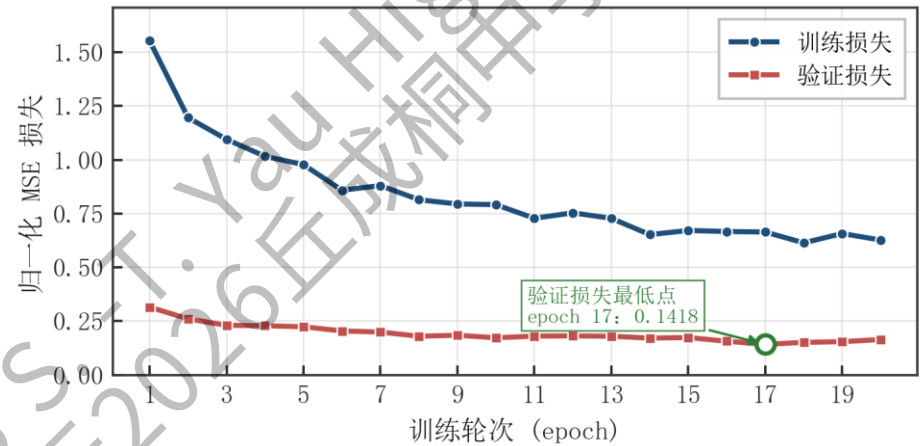
表 3-2 训练与验证设置

项目	数值
训练轮数	20
训练 case 数	885
验证 case 数	98
每个 case 每轮采样点数	510
验证评估采样点数	5000
模型类型	传统 INR
验证方式	逐算例级验证

在开展局部区域误差分析前，首先需排除模型整体未收敛、训练失效的可能性。从训练日志可以看出，训练损失与验证损失均呈现显著下降趋势，证明网络已有效学习流场变量的核心映射规律；最终损失在低位震荡，模型已经收敛。表 3-3 给出首末两轮的损失值。

表 3-3 训练与验证损失（首末轮）

阶段	训练损失	验证损失
第 1 轮训练	1.553943	0.315376
第 20 轮训练	0.627051	0.164483



数据源 prediction/history.json；首轮训练 1.5539 / 验证 0.3154，末轮（第 20 轮）训练 0.6271 / 验证 0.1645。

图 1 训练损失与验证损失变化

3.2 全域预测精度

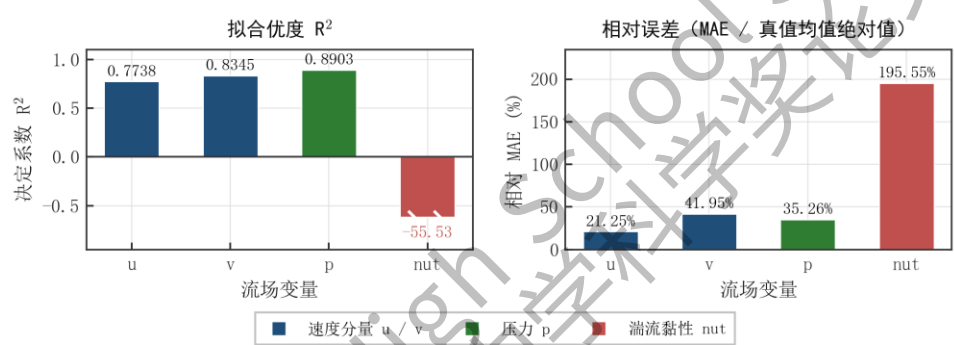
由全域指标可看出，水平速度 u 、垂直速度 v 、气压 p 的决定系数分别为 0.7738、0.8345 和 0.8903，相对 MAE 为 21.25%、41.95% 和 35.26%，说明 INR

对 u 、 v 和 p 具有一定预测能力。相比之下，湍流黏性 nut 的 R^2 为 -55.53，相对 MAE 达到 195.55%。 R^2 为负意味着其预测精度不如直接使用平均值，完全不具备统计学意义；而相对 MAE 很大意味着多数误差都由这一部分贡献。显然湍流黏性、剪切层和尾迹相关的量难以被传统 INR 表达。

表 3-4 全域预测精度指标

变量	R^2	Pearson r	绝对 MAE	RMSE	相对 MAE
u	0.7738	0.8942	9.2457	14.1612	21.25%
v	0.8345	0.9252	6.1996	12.3924	41.95%
p	0.8903	0.9454	365.2561	965.4945	35.26%
nut	-55.5313	0.2826	0.001643	0.022389	195.55%

速度矢量层面的整体误差为 25.00%（平均真实速度 51.07 m/s，平均矢量绝对误差 12.77 m/s），中位数点相对速度误差为 20.10%。该数值将作为后文分区倍率与 CFD 核验的对照基准。



数据源 prediction/metrics.json (5000 点评估样本, 98 个验证工况)。速度矢量相对误差 25.00%，Pearson r : $u=0.8942$ 、 $v=0.9252$ 、 $p=0.9454$ 、 $\text{nut}=0.2826$ 。

图 2 全域预测精度指标

3.3 分离相关区域误差证据

现阶段研究依托现有流场物理量划定存在分离趋势的候选区域。这套代理判据可直接通过测试样本的流场数据计算得到，能够作为第一阶段分析的支撑依据。需要指出，该类指标仅为流动分离的代理表征，并非 CFD 求解得到的精准分离基准标签；7.6.7 节将以壁面切向速度过零点为严格判据对二者的差异作定量对照。

表 3-5 分离相关代理区域定义

区域	定义
near wall	$\text{abs}(\text{implicit distance}) \leq 0.001$
reverse flow $u \leq 0$	$\text{true } u \leq 0$
high nut top 5pct	$\text{true nut} \geq 95\text{th percentile of evaluation sample}$
pressure extreme top 10pct	$\text{abs}(\text{true pressure} - \text{mean pressure}) \geq 90\text{th percentile}$

low_speed_top_10pct	true speed <= 10th percentile
separation_proxy	reverse_flow_u_lt_0 OR high_nut_top_5pct OR (near_wall AND low_speed_top_10pct)

若分离流相关区域不影响 INR 精度，那么这些区域的误差应当接近全域平均误差。但统计结果显示，回流区、压力极值区、高湍流黏性区和分离候选区误差明显放大。以 5000 点评估样本计，近壁区速度误差为全域的 2.05 倍、压力 MAE 为 1.44 倍；回流区速度误差 1.68 倍、压力 MAE 2.76 倍；压力极值区速度误差 1.35 倍、压力 MAE 3.70 倍；高湍流黏性前 5% 区的湍流黏性 MAE 高达 16.04 倍；分离候选区速度误差 1.82 倍、湍流黏性 MAE 4.81 倍。

表 3-6 分离相关区域误差放大倍数

区域	点数/占比	速度误差倍率	压力 MAE 倍率	nut MAE 倍率
近壁区	1421 / 28.42%	2.05x	1.44x	0.08x
回流区	223 / 4.46%	1.68x	2.76x	2.51x
压力极值区	500 / 10.00%	1.35x	3.70x	0.05x
高 nut 前 5% 区	250 / 5.00%	0.75x	0.45x	16.04x
分离候选区	837 / 16.74%	1.82x	1.13x	4.81x

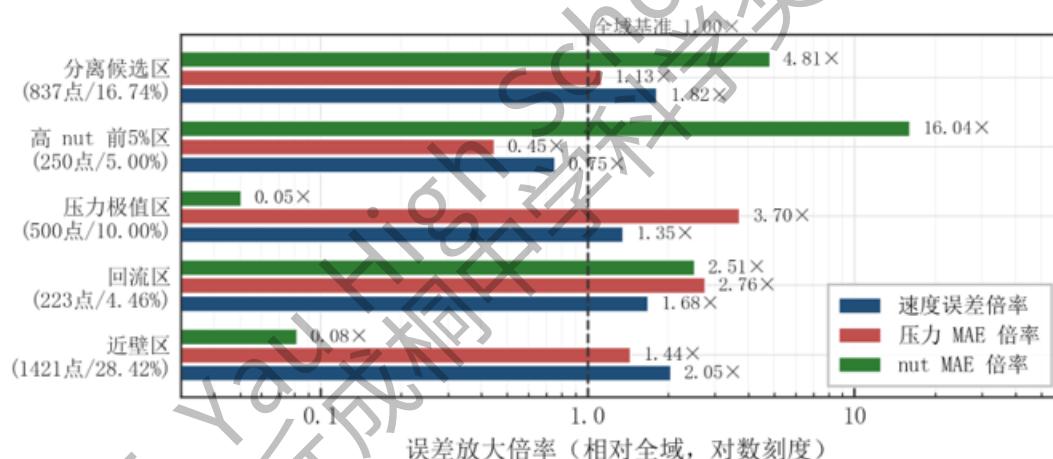


图 3 分离相关区域的误差放大倍数

因此，能够做出判断：在同一个初始 INR 模型下，回流、压力极值、高 nut 和分离候选区的平均误差确实高于全域平均水平。

3.4 本节结论

综合本节量化分析可得到结论：回流、高湍流黏性、近壁低速、压力极值等分离特征区域会大幅削弱传统 INR 模型的流场预测能力。

四、量化分离流误差贡献

为了量化不同区域对流场预测偏差的影响程度，本文引入绝对误差贡献率作为核心评价指标，其计算方式为将区域采样数量与区域平均绝对误差的乘积，除以全域采样总量与全域平均绝对误差的乘积。该指标同时兼顾区域采样规模与局部误差幅值，能够定量得到流动分离区域在整体预测误差中实际占据多大比重。

本次验证集共包含 5000 个评估采样点，其中划分得到的流动分离候选区域含 837 个采样点，占总样本量的 16.74%。若流场各处预测误差均匀分布，则分离区对各物理量总误差的贡献理论上应接近 16.74%，但试验结果与之存在显著偏差：分离候选区贡献了 17.04% 的速度矢量总绝对误差、18.85% 的压力总绝对误差，湍流黏性的总绝对误差更是高达 80.47%。上述结果表明，流动分离区域不仅单点平均预测误差显著高于其余区域，其对全局总误差的贡献也被放大；湍流黏性场的预测偏差绝大部分来源于分离相关区域。

表 4-1 分离候选区与非分离区的误差贡献

区域	点数占比	速度误差贡献	压力误差贡献	nut 误差贡献
分离代理区域	16.74%	17.04%	18.85%	80.47%
无分离特征区域	83.26%	82.96%	81.15%	19.53%

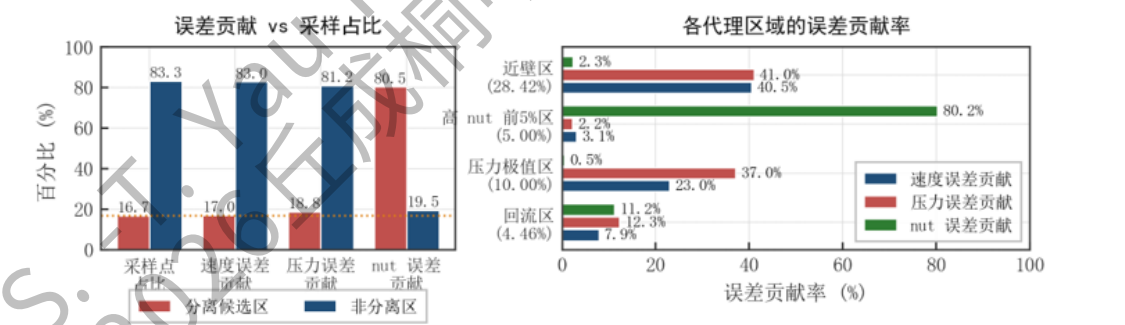


图 4 分离候选区与非分离候选区的误差贡献比例

从各流场变量的误差分布规律来看，速度场受分离区域带来的精度衰减程度相对平缓：分离候选区采样点占全部验证样本的 16.74%，产生 17.04% 的速度矢量总误差，说明分离结构会增加速度场的预测难度，但全局速度偏差并未完全受该区域主导。

压力场的误差聚集效应则更为显著，分离候选区贡献了 18.85% 的压力总误差，高于其样本占比。该规律符合气动流动的物理特征：流动分离、回流结构往往伴随剧烈的压力梯度突变，也印证了压力极值区域是现有 INR 模型预测偏差的核心来源。

湍流黏性的误差分布特征最为极端：分离候选区仅占 16.74% 采样点，却承担了 80.47% 的总绝对误差。这一结果表明，模型对湍流黏性的预测缺陷并非全域统一的精度不足，而是高度集中在高黏性剪切层、尾迹与回流等分离相关结构内。

表 4-2 各代理区域的误差贡献细分

代理区域	点数占比	速度误差贡献	压力误差贡献	nut 误差贡献	主要含义
reverse_flow_u_lt_0	4.46%	7.87%	12.29%	11.21%	小区域承担较多速度和压力误差
pressure_extreme_top_10pct	10.00%	22.96%	37.03%	0.50%	压力误差高度集中
high_nut_top_5pct	5.00%	3.07%	2.24%	80.22%	nut 误差由极少数高 nut 点主导
near_wall	28.42%	40.47%	41.01%	2.31%	近壁区对速度和压力误差贡献明显

结合上述量化结果，通过误差贡献率量化，我们能够明确这类复杂流动区域是流场全局误差的核心来源。各类典型流动区域均表现出显著的误差聚集特征：回流区仅占全域 4.46% 的采样点，却贡献 7.87% 的速度总误差与 12.29% 的压力总误差；压力极值区采样占比 10.00%，其压力总误差达 37.03%；湍流黏性关键区域的聚集效应最为突出，前 5% 的高采样点贡献了约 80.22% 的全域预测误差。

这表明 INR 模型的预测误差在流场中并非均匀分布，而是高度集中于流动分离、局部回流、压力梯度剧变及湍流黏性异常等核心区域。据此推断，后续若单纯增加常规光滑流场区域的采样样本，对降低全局预测误差的作用十分有限。因此，未来的改进可以聚焦于提升模型对分离候选区、回流区、压力极值区及高湍流黏性区的表征能力，例如通过优化局部采样策略、调整区域损失权重、改进局部坐标表达及强化多尺度特征提取等手段，以更好地适配复杂流动区域的建模需求。

五、分离流影响 INR 精度的机理分析

目前的模型采用坐标型隐式神经表示 (INR)，将空间坐标 (x, y)、隐式距离及工况参数作为输入，通过一个共享的连续函数直接输出流场变量 (u, v, p, nut)。这种架构在处理大尺度、连续且相对平滑的流场时表现优异，因为单一网络参数足以在空间中实现平滑插值。然而，分离流恰恰打破了这种「平滑连续映射」的前提假设。一旦边界层脱体，局部流动便不再沿壁面单调发展，而是涌现出回流、剪切层、尾迹、再附着及压力恢复等复杂结构。这些现象将原本平缓的坐标-物理量映射关系，变成了包含局部高频振荡、强梯度、方向反转及变量尖峰的复杂非线性映射。

对于速度误差升高，其根本原因是分离区把速度场从平滑变化变成了局部方向快速改变。在附着流中，相邻坐标点的速度方向和大小通常连续变化，因此 INR 的残差 MLP 和 Fourier 编码仅依靠有限频域分量，即可精准拟合该类光滑映射关系。但在分离区，回流和主流可能在很近的空间范围内并存，剪切层两侧速度方向甚至相反，尾迹区域还会出现涡量增强。对 INR 来说，这意味着同一个连续函数必须在很短距离内完成速度方向翻转和梯度陡增；如果网络容量、Fourier 频率尺度或采样密度不足，模型会倾向输出过度平滑的折中预测值，也就难以复现局部突变的流动细节。这与前文的误差诊断结果一致：速度梯度前 25% 的区域速度误差为普通区域的 1.89 倍，绝对涡量最高的前 25% 区域速度误差为普通区域的 2.05 倍。

对于压力误差升高，其原因除了压力数值大，还有分离流改变了压力场的空间组织方式。压力在不可压流动或低速流动中具有更强的全局耦合特征，受到壁面形状、边界层状态、分离泡、尾迹和整个流场动量变化的共同影响。本文所用纯 INR 模型采用逐点 MSE 监督训练方式，仅对离散采样点的预测数值进行独立约束，并未引入压力泊松方程、动量残差或流场空间关联等物理先验。因此，模型可以学到压力的大尺度趋势，却无法保证强逆压梯度、压力恢复和局部压力极值附近的空間变化率的正确性。结合前文误差量化，压力梯度最高前 25% 区域的压力误差为普通区域的 3.56 倍，前 9% 左右区域达到 3.78 倍；case 级别上，压力极值点占比与压力 MAE 的相关系数为 0.699。由此，我们能

够得出，压力误差是由于分离流诱发的强压力梯度需要网络同时表达局部高频变化和全局流动耦合，但当前纯 INR 主要依靠数据拟合，缺少物理方程对压力梯度的直接约束。

湍流黏性的误差则主要来自湍流黏性场的稀疏尖峰和强不均衡分布。湍流黏性通常在剪切层、尾迹、再附着附近快速升高，而在大量普通区域数值较小，这便给 INR 带来了两个困难：一方面，目标函数在空间上呈现出尖锐的峰值，若网络为保持整体平滑而过度正则化，必然导致对峰值的低估；另一方面，高点在样本中占比很小，MSE 训练容易优先降低大量普通点的误差，从而牺牲少数尖峰区域。虽然当前模型使用对数变换缓解了一部分的量级差异，但对数变换只能压缩数值范围，不能让稀疏尖峰变成真正平滑的空间函数。误差诊断数据显示，湍流黏性梯度前 50% 的区域误差为普通区域的 15.51 倍，前 9% 区域为 12.44 倍；真实湍流黏性与绝对误差的相关系数为 0.277。因此误差并非由模型训练不收敛导致，而是当前 INR 对湍流黏性尖峰、局部强梯度和长尾分布的表达不足。

另外，从 INR 自身建模特性分析，本文模型引入了多尺度傅里叶编码。但傅里叶特征仅提供一组固定尺度的周期基函数，最终仍需依靠有限参数量的残差 MLP 完成基函数组合与流场变量拟合。当流场局部出现剧烈结构突变时，网络需要依托有限参数，同时兼顾全域大范围的平滑流动趋势与分离区小范围的高频突变结构。在这种拟合竞争中，优化过程会天然偏向样本占比更高、变化更平缓的主流光滑区域，进而将小范围、高梯度、强尖峰的复杂流动结构拟合为均值化的平滑结果，从而导致速度矢量的反向过渡不够锐利、压力极值的峰谷幅值被过度削弱、湍流黏性尖峰出现幅值衰减或位置偏移等问题。

除此之外，本文采用的条件调制网络仅具备全局工况调制能力，难以适配分离流的局部突变特性。流动分离对来流工况高度敏感，微小的攻角或雷诺数扰动，便会引发分离泡长度、流动再附着位置及尾迹拓扑结构的显著改变。现阶段模型通过单一全局条件向量对所有空间采样点进行统一特征调制，难以精准刻画同一算例内部局部区域突发的流动分离、再附着等精细结构突变。

表 5-1 分离流机理与 INR 特性的冲突对照

机制本身	与 INR 特性的冲突	结果中的对应证据
回流、剪切层和尾迹使速度方向在局部快速改变	连续坐标函数和有限 Fourier 频率容易产生平滑化，难以在短距离内准确完成方向反转	速度梯度前 25% 区域速度误差 1.89x；涡量前 25% 区域 2.05x
分离和再附着伴随逆压梯度、压力恢复和局部压力极值	点式 MSE 的纯 INR 缺少压力方程和网格连接约束，难以保证强压力梯度的空间一致性	压力梯度前 25% 区域压力误差 3.56x；前 9% 左右 3.78x
nut 在剪切层和尾迹附近呈稀疏尖峰和长尾分布	全局 MSE 和平滑连续表示倾向于优先拟合普通区域，少数高 nut 尖峰容易被低估	nut 梯度前 50% 区域误差 15.51x；前 9% 区域 12.44x
复杂区域需要模型对坐标作出更强响应	高坐标敏感性意味着局部函数更陡，有限容量 INR 更容易出现欠拟合或局部失真	坐标敏感性与速度误差 $r=0.540$ ，与压力误差 $r=0.703$

同时，模型敏感性诊断结果也表明，坐标敏感性与速度误差、压力绝对误差的相关系数分别达到 0.540 和 0.703，说明对流场空间坐标需要剧烈响应的局部区域，速度与压力的预测偏差会显著增大，印证了速度、压力误差主要来源于流场局部梯度陡增、函数变化剧烈的物理特征。相反，坐标敏感性与湍流黏性误差的相关系数仅为 -0.013，几乎无相关性，说明湍流黏性的拟合难点并非模型对坐标变化响应不足，而是完全源于目标场自身的稀疏尖峰分布与极强的数值不均衡特性。简而言之，速度与压力的误差本质是局部映射梯度过大、函数过陡导致 INR 难以精准追踪，而湍流黏性误差的本质是目标场本身尖峰稀疏、分布极端不均，使 INR 训练更倾向收敛至全局平滑均值。

综上所述，流动分离引发的局部强梯度、高频流动特征与变量分布不均衡特性，大幅提升了流场映射的拟合难度，超出了传统 INR 模型的局部表征上限，最终造成分离相关区域的流场预测精度显著退化。

六、面向分离流误差的 INR 改进方法

6.1 改进总体思路

前文已经从误差分布、误差贡献率和机理分析三个层面说明：传统 INR 在分离流相关区域的精度退化，并非单纯由网络容量不足或训练轮数不够造成，

而是源于分离流这一现象本身的连续空间演化特征。回流、近壁低速、压力极值、高湍流黏性和剪切层并不是相互割裂的离散类别，而是在空间上连续过渡、强弱程度不断变化的流动状态。

据此，本文的主要创新可以概括为：在已有 INR 连续坐标表达和困难区域学习思想的基础上，引入面向分离流的连续程度表征，并将其转化为点级训练信号。该思路与传统二值 mask 的差异在于，模型不再把采样点粗略划分为普通点和分离点，而是根据回流、近壁低速、压力极值和湍流黏性异常等代理特征，赋予不同采样点连续变化的分离强度。这样既保留了流动分离的物理连续性，也避免了阈值附近样本因硬划分而出现训练信号突变。

6.2 连续分离程度表征与损失设计

针对前文识别出的回流区、近壁低速区、高湍流黏性区和压力极值区，本文首先构建取值范围为 0 到 1 的连续分离强度 s_i ，用于描述第 i 个采样点与分离流相关结构的接近程度。 s_i 越接近 0，表示该点更接近常规附着流或平滑区域； s_i 越接近 1，表示该点更可能处于回流、强剪切、压力极值或湍流黏性异常区域。由此，分离状态从是否属于某个区域的二值判断，转化为分离特征强弱程度的连续描述。

在训练目标上，设第 i 个采样点的原始数据损失为 L_i ，连续分离强度为 s_i ，则本文采用点级加权形式 $L = \text{mean}_i(w_i L_i)$ ，其中 $w_i = 1 + (\alpha - 1)s_i^\gamma$ 。这里 α 控制分离相关区域的最大权重， γ 控制分离强度从弱到强时权重增长的非线性程度。该设计的重点不在于单纯增大困难区域权重，而在于让损失函数随分离程度连续变化，使优化过程能够更细致地区分弱分离、强分离和极端局部结构。

与二值 mask 相比，连续分离程度表征具有两个优势。第一，它更符合分离流的物理特征，因为真实流动中边界层脱体、回流形成、剪切层发展和再附着并不是瞬间发生的离散事件，而是沿空间连续变化的过程。第二，它能减少人为阈值带来的训练不稳定：阈值附近的相邻采样点不再因轻微数值差异被分配完全不同的权重，而是获得平滑变化的训练信号。

6.3 训练策略作为辅助实现条件

在确定连续分离程度表征后，训练策略的作用是保证这一表征能够稳定发挥作用。由于分离相关样本在全场采样中占比较低，但局部误差和梯度幅值较高，如果批次规模过小，每次参数更新中分离样本所占比例会明显波动，连续分离权重的影响也会随之不稳定。因此，本文采用较大的训练批次，使常规区域与分离相关区域在每次更新中更稳定地共同出现。

学习率预热与余弦衰减同样属于服务于上述核心思路的优化条件。预热阶段有助于模型先建立全域低频流场的基础映射，避免训练初期被局部高误差区域强烈扰动；余弦衰减则使后期参数更新更加平稳，为模型进一步拟合局部分离结构提供条件。

6.4 面向目标的模型选择

由于本文关注的不是单一全域验证损失，而是速度、压力以及分离相关区域的综合预测效果，因此模型选择也需要与研究目标保持一致。实验过程中可以观察到，最低验证损失并不必然对应最佳综合流场表现，尤其在速度误差、压力误差和分离区误差之间存在权衡时，单一指标容易掩盖局部结构预测能力的差异。因此，本文在模型筛选时综合考虑全域误差与分离相关指标，使最终模型更符合改善分离流相关区域预测的研究目标。

若训练目标已经引入连续分离信息，但模型筛选仍只依据单一验证损失，则可能选出对全域平均误差较优、却对分离相关区域改善有限的模型。因此，多指标模型选择的意义在于保持训练目标、评价目标和本文科学问题之间的一致性。

6.5 最终改进设置

最终改进方案以原有 INR 主体为基础，保留多尺度 Fourier 编码与工况条件调制，并在训练目标中引入连续分离程度权重；训练过程中采用较大批次、学习率预热和余弦衰减以提升稳定性；模型筛选阶段综合考虑全域误差与分离相关指标。

表 6-1 最终改进设置

模块	最终设置	作用
区域损失	连续分离加权	提高分离相关区域在训练目标中的权重
训练批量	单次批量样本数 6144	稳定梯度估计，降低局部困难样本扰动
学习率策略	基础学习率 0.0015，预热 2 轮，余弦衰减	先建立全域映射，再平滑收敛
训练长度	24 轮	保证正式收敛并观察后期 checkpoint 差异
模型选择	多目标导向存档选取	使选点标准贴近综合流场误差
最终微调	后期渐进式结构与门控监督	在后期增强结构监督，获得轻微综合收益

七、改进结果的验证

7.1 实验设置与对比模型

为验证改进方案的实际效果，本文按算例划分数据集，训练算例与验证算例完全隔开，保证同一算例的点云数据不会同时参与训练和测试。所有模型对比均依托批量自动化实验存档开展，评价指标包含综合得分、最优验证损失、速度矢量相对误差、压力平均绝对误差以及各类分离区专项误差。

为验证上述思路，本文开展了 24 次模型迭代，这些实验并非为了把工作写成调参过程，而是用于逐步确认三个问题：连续分离程度表征是否优于简单二值或弱结构约束；较稳定的训练策略是否有助于连续权重发挥作用；模型选择标准是否会影响最终对分离区误差改善的判断。

7.2 关键模型迭代路径对比

表 7-1 关键模型迭代路径对比

模型	代表意义	误差分	验证损失	速度误差%	P MAE
run_0007	早期基准模型，采用线性连续分离加权方案	22.8274	0.14378	25.19	366.89
run_0017	引入大批次训练与余弦预热，性能首次大幅提升	21.4519	0.13835	23.75	340.91
run_0018	延长训练至 24 轮完整迭代	20.3983	0.12872	22.41	319.12
run_0019	训练周期 28 轮，验证损失、压力预测精度全场最佳	20.6523	0.12121	22.10	308.61
run_0021	启用多目标导向的模型存档筛选机制	20.2565	0.14193	21.97	323.45
run_0024	本文综合表现最优模型	20.2323	0.14189	21.97	323.10

从关键节点可见，run_0007 验证了连续分离加权策略的提升效果；run_0017 证明大批次搭配余弦预热的训练方案是实现精度跃升的核心手段；run_0018、run_0019 的结果表明延长训练周期能够持续缩减预测误差，对降低验证损失与压力预测误差作用尤为明显；run_0021 与 run_0024 进一步证明采用多目标筛选规则选出的模型，整体综合表现更均衡。

7.3 最优模型与早期强基线对比

在这里本文以 run_0007 作为早期强基线，run_0024 的综合误差得分从 22.8274 降至 20.2323，速度矢量误差百分比由 25.19% 降至 21.97%，pMAE 由 366.89 降至 323.10。该结果说明最终改进不只是单纯提高单一指标，而是在速度、压力及分离相关结构综合评价上获得整体收益。

表 7-2 最优模型与早期强基线对比

指标	run_0007	run_0024	相对变化
得分	22.8274	20.2323	下降约 11.4%
速度误差百分比	25.19%	21.97%	下降约 12.8%
p MAE	366.89	323.10	下降约 11.9%
壁面分离区速度误差	22.736	19.343	下降约 14.9%
分离点速度误差	25.957	21.872	下降约 15.7%

7.4 与压力优先模型的差异

需要说明的是，run_0024 并非在所有指标上都表现最优。run_0019 取得了 0.12121 的最优验证集损失，压力平均绝对误差为 308.61，两项指标均优于 run_0024。这一结果反映出本任务中速度精度、压力精度、分离区精度与综合表现之间存在天然的权衡：若应用场景以压力场预测精度为核心需求，run_0019 的适配性更好；若更看重全域综合表现与分离区速度精度，则 run_0024 更为合适。

7.5 统计显著性分析

为避免将空间采样点视为独立样本带来的统计偏差，本文采用算例层级的配对对比开展统计检验。结果显示，在 98 个验证算例上，run_0024 相较于早期强基线 run_0007，平均速度误差下降约 12.8%，配对 t 检验 $p = 1.3 \times 10^{-20}$ ；压力

平均绝对误差下降约 11.9%， $p = 7.0 \times 10^{-5}$ 。两项指标均通过显著性检验，说明改进带来的精度提升稳定可信，并非随机波动导致的结果。

进一步对比可见，run_0024 与 run_0021 的平均速度误差几乎无差异（ $p = 0.901$ ）；压力平均绝对误差虽存在统计意义上的差异，但相对提升幅度仅约 0.11%。由此可知，run_0024 相对 run_0021、run_0022 的优势属于微调层面的小幅收益，并非技术路线层面的突破。与 run_0019 相比，run_0024 的速度误差无显著差异，但压力平均绝对误差明显更高。

7.6 传统 CFD 验证

7.6.1 验证方法与数据来源

核验对象为 7.2 节中综合表现最优的 run_0024 模型。为避免评估采样（每工况约 51 点）带来的统计偏差，本节对该模型在全部 98 个验证工况的完整点云（每工况约 18 万点，合计约 1776 万点）上重新推理，所有指标均在全部采样点上计算，不做子采样。气动力系数由翼面压力系数沿弦向积分得到，CFD 与 INR 采用完全相同的积分路径与权重，故二者之差即模型误差。

表 7-3 CFD 核验的数值设置与口径

项目	设置 / 取值
CFD 基准来源	AirFRANS 数据集（OpenFOAM, SST k- ω , 二维不可压缩 RANS）
翼型	RAE2822（弦长归一化 $x/c \in [0,1]$ ，最大厚度 12.2% @ $x \approx 0.30$ ，已校验）
验证工况数	98 个（case 级划分，全部未参与训练）
单工况点数	约 18 万（核验用全分辨率，非 51 点评估采样）
攻角范围	$-4.80^\circ \sim 14.64^\circ$
速度代理范围	31.5 ~ 92.9 m/s（不可压缩，Mach=0）
被核验模型	run_0024（checkpoint/best.pt, 81,165 参数）
压力系数口径	$C_p = (p - p_\infty) / (0.5 \cdot V_\infty^2)$ ， p 为 kinematic pressure (m^2/s^2)
口径校验	翼面最大 C_p （驻点）= 1.001 / 1.002 / 0.996（理论值 1.0）
严格分离判据	近壁带 $1e-6 < d \leq 1e-3$ 内切向速度 u_t 沿弦向过零点

7.6.2 典型工况流场与压力场对比

选取三个代表性工况：负攻角附着流（ $\alpha = -4.8^\circ$ ）、中等攻角（ $\alpha = +7.9^\circ$ ）与高攻角深分离（ $\alpha = +14.6^\circ$ ）。图 5 给出速度场的 CFD 基准解、INR 预测及其矢量绝对误差。可以看出，模型在附着流与中等攻角工况下能够完整复现前缘加速区、翼面边界层与尾迹低速带的整体结构；误差主要集中在前缘驻点邻域、

尾迹剪切层与翼面近壁区域，这与第三章关于「近壁与分离结构是误差主要来源」的结论在空间分布上相互印证。

高攻角工况下，CFD 基准解在前缘上表面出现强吸力峰（ C_p 最低达 -8.18），模型给出了相同位置的吸力峰，但峰值明显过深（-10.84，过估约 32%），且吸力峰后的压力恢复段偏平。这说明 INR 在强梯度区并非单纯平滑衰减，而是出现局部过冲；结合 7.6.3 的升力分析可知，该过冲并未转化为升力高估，反而被压力面的系统性偏差所抵消。

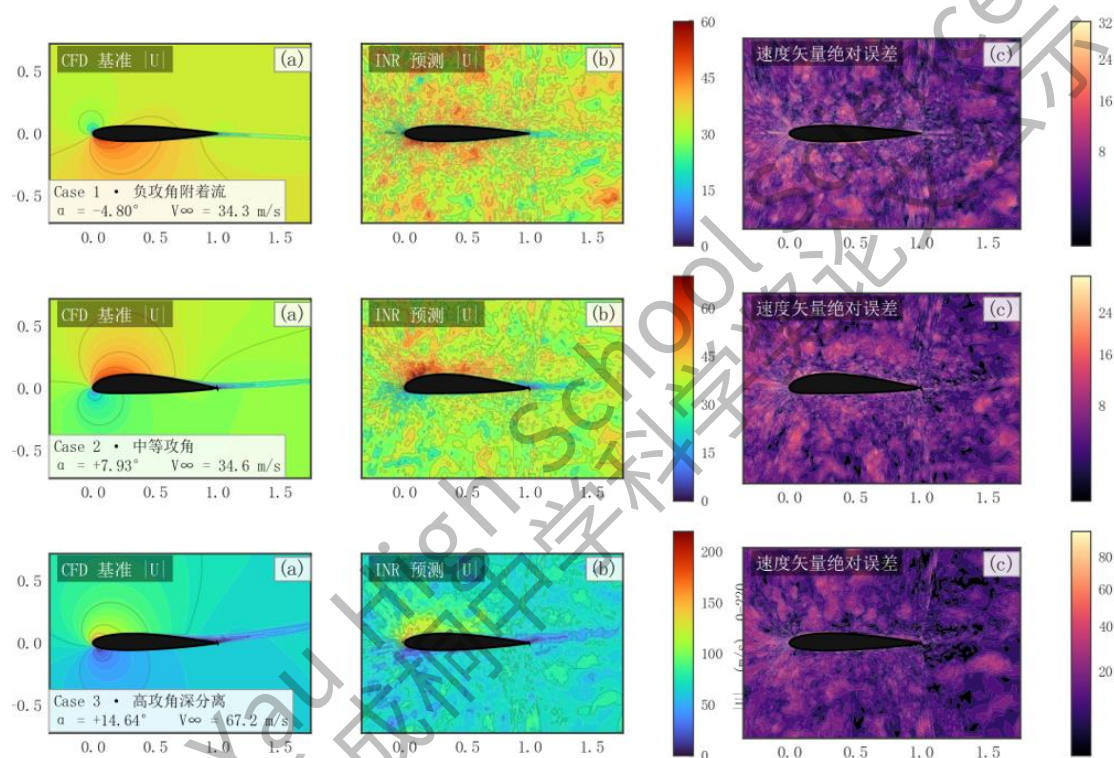
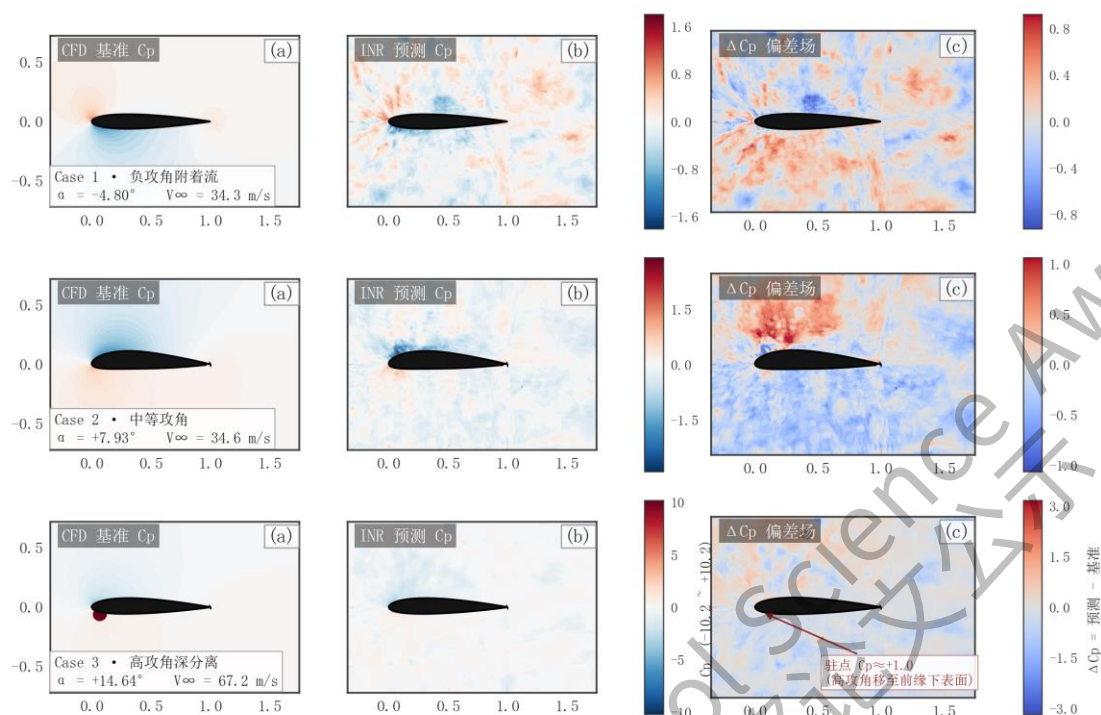


图 5 典型工况速度场：CFD 基准解与 INR 预测对比 ((a) CFD, (b) INR, (c) 误差)

图 6 进一步给出压力系数场。三个工况的翼面最大 C_p （驻点）均收敛于 1.00 附近，验证了压力归一化口径的正确性。偏差场（ ΔC_p ）显示，压力误差并非均匀分布，而是沿翼面边界层与尾迹呈带状聚集，其中高攻角工况的偏差幅值最大，与速度误差的空间分布高度重合。

图 6 典型工况压力系数场：CFD 基准解与 INR 预测对比



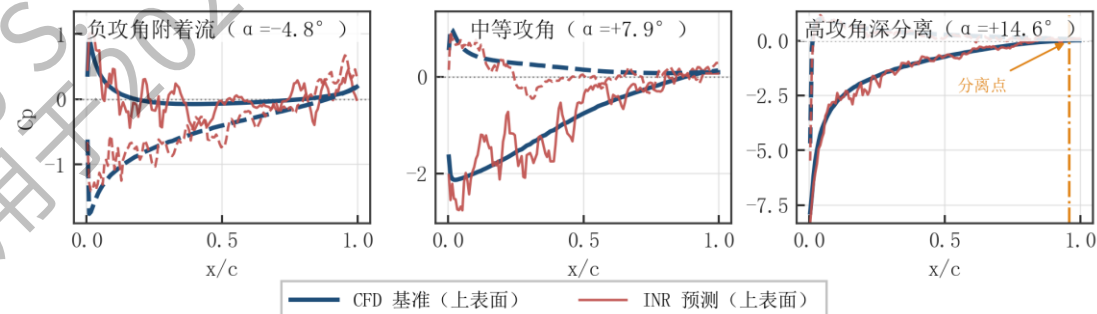
$C_p = (p - p_\infty) / (0.5 \cdot \rho \cdot V_\infty^2)$, p 为 kinematic pressure (m^2/s^2), 前缘驻点 $C_p \approx 1.00$ 已校验, 发散色标以 0 为中心对称。

图 6 典型工况压力系数场：CFD 基准解与 INR 预测对比 ((a) CFD, (b) INR, (c) ΔC_p)

7.6.3 翼面压力分布与气动力系数

翼面压力系数分布是气动外形最直接的工程校验量。图 7 给出三个工况上、下表面的 C_p - x/c 曲线。附着流与中等攻角工况下, INR 预测与 CFD 基准在压力面(下表面)吻合良好; 吸力面(上表面)在中等攻角出现明显的高频波动, 表明模型在吸力峰后恢复段存在局部过拟合噪声。高攻角工况下二者在前缘吸力峰位置一致, 但预测峰值过深。

图 7 翼面压力系数分布：CFD 基准解与 INR 预测对比



$C_p = (p - p_\infty) / (0.5 \cdot \rho \cdot V_\infty^2)$; 纵轴反向为空气动力学惯例, 各面板独立量程; 分离点由近壁切向速度过零点判定。

图 7 翼面压力系数分布：CFD 基准解与 INR 预测对比

将翼面 C_p 沿弦向积分得到压力升力系数，见表 7-4。三个工况的 CFD 基准 C_l 分别为 -0.512、1.098、1.473，与薄翼理论量级 $2\pi\alpha$ (-0.53、0.87、1.61) 相符，说明 CFD 基准自身物理自洽。模型预测的 C_l 幅值系统性向零收缩 ($|C_l|$: 0.51→0.42、1.10→0.92、1.47→1.44)，即正升力被低估、负升力被高估，方向均指向零。这一对称收缩与压力面（下表面）在中后弦段出现 CFD 基准中不存在的伪吸力相吻合：伪吸力抵消了部分升力贡献，使 $|C_l|$ 被压缩。

表 7-4 典型工况升力系数与吸力峰对比

工况	$\alpha(^{\circ})$	$V_{\infty}(m/s)$	$C_l(CFD)$	$C_l(INR)$	ΔC_l	相对误差	$C_{p,min}(CFD)$	$C_{p,min}(INR)$
负攻角附着流	-4.8	34.3	-0.5120	-0.4156	+0.0964	18.8%	-1.77	-2.27
中等攻角	+7.9	34.6	+1.0982	+0.9232	-0.1750	15.9%	-2.13	-3.54
高攻角深分离	+14.6	67.0	+1.4729	+1.4408	-0.0321	2.2%	-8.18	-10.84

注：表中 $C_{p,min}$ 为全场最小值

7.6.4 逐点预测-真值一致性

图 8 以 parity 散点给出 u 、 v 、 p 三个物理量在 5000 个评估采样点上的逐点对比，颜色深浅表示点密度。三个物理量的决定系数分别为 0.8241、0.8671、0.9337，与 7.7 节报告的数值逐位一致；该样本上的速度误差为 21.96%、压力 MAE 为 323.13，与附录 A 中 run_0024 行的 21.97% 与 323.10 吻合。

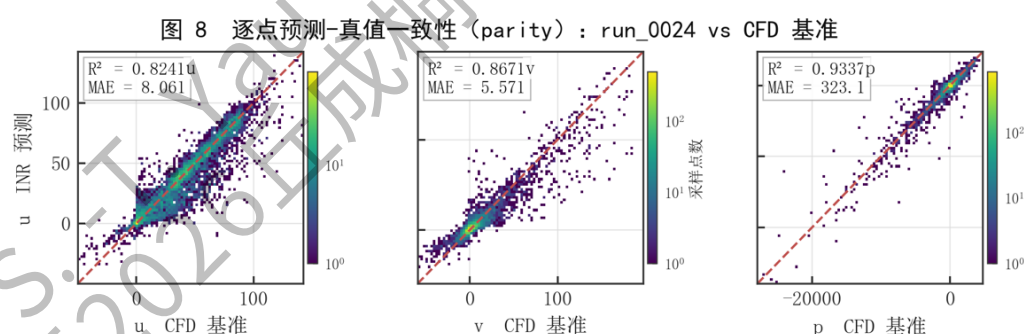


图 8 逐点预测-真值一致性 (parity)：run_0024 vs CFD 基准

7.6.5 分区误差量化

在全分辨率点云上按 3.3 节的分区口径重新统计，得到表 7-5。98 个工况的平均全域速度误差为 22.53% ($\pm 5.39\%$, 1σ)，压力 MAE 为 338.7。分区来看，分离候选区的速度误差达 41.86%，为全域的 1.86 倍；近壁区为 50.58% (2.24

倍)；回流区最严重，达 185.19% (8.22 倍)。非分离区误差 20.43%，略低于全域均值，说明误差放大确由分离相关结构主导，而非模型整体精度不足。

表 7-5 分区误差量化 (98 个验证工况全分辨率, run_0024)

区域	点数占比	速度误差 (%)	相对全域倍率	压力 MAE	u R ²	p R ²
全域	100.00%	22.53	1.00×	338.7	0.7518	0.8184
分离候选区	17.47%	41.86	1.86×	449.1	0.7431	0.7232
非分离区	82.53%	20.43	0.91×	309.3	0.6110	0.8338
近壁区 (d≤1e-3)	28.47%	50.58	2.24×	467.6	0.4572	0.8407
回流区 (u<0)	4.49%	185.19	8.22×	890.1	—	—

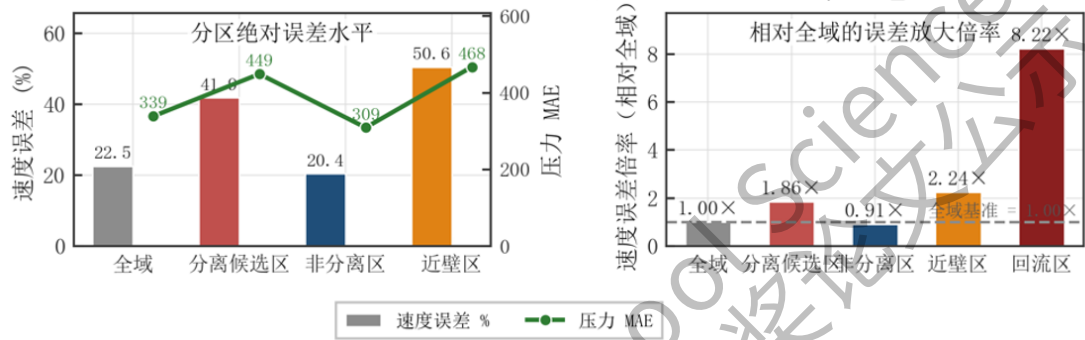


图 9 分区误差水平与放大倍率 (左: 绝对水平, 右: 相对全域倍率)

7.6.6 攻角扫描的一致性

把 98 个工况按攻角展开 (图 10)，可以看到分离候选区占比随攻角单调上升，相关系数 $r = 0.898$ ，平均占比 17.47%；全域速度误差随攻角的变化则相对平缓 ($r = 0.297$)，而分离区内误差始终显著高于全域。这一组合说明：攻角升高主要通过扩大分离区来抬高整体误差，而非直接恶化模型在附着区的表现。第三、四章「分离结构放大误差」的核心论点因此在跨工况尺度上再次得到验证，而不只是单个算例的局部现象。

气动力方面，CFD 基准的 Cl 随攻角呈良好线性 ($r = 0.961$)，模型预测的 Cl 与其高度相关 ($R^2 = 0.7959$, Pearson $r = 0.9056$)，平均绝对偏差 0.1361，相对误差中位数 15.99% (均值 30.99%，P90 58.76%)。即模型在积分量层面已具备工程可用的趋势预测能力，但单点绝对值仍有约 16% 量级的中位偏差，尚不足以直接替代 CFD 用于高精度气动力设计。

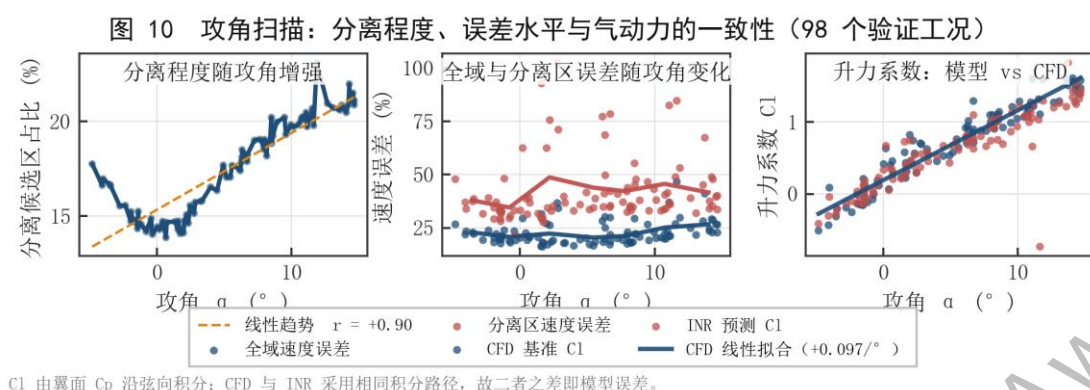


图 10 攻角扫描：分离程度、误差水平与气动力的一致性（98 个验证工况）

表 7-6 跨工况核验量汇总

核验量	一致性指标	偏差水平	与攻角相关性	说明
升力系数 Cl	$R^2 = 0.7959$, $r = 0.9056$	$MAE = 0.1361$	中位 15.99%	$\text{corr}(\alpha, Cl) = 0.961$
全域速度误差	$22.53\% \pm 5.39\%$	$pMAE = 338.7$	$\text{corr}(\alpha, \text{误差}) = 0.297$	98/98 工况
分离候选区占比	17.47%	范围 13.86~23.09%	$\text{corr}(\alpha, \text{占比}) = 0.898$	98/98 工况
严格分离点检出	8/98 工况	x_{sep} 中位 0.911	上表面逆流占比均值 0.46%	壁面切向速度过零点

7.6.7 本节结论与局限

综上，CFD 核验从三个层面确认了改进模型的有效性。其一，流场结构层面，模型在附着与中等攻角工况下完整复现 CFD 基准的速度场与压力场拓扑，误差集中在前缘驻点邻域、尾迹剪切层与近壁区。其二，积分量层面，升力系数与 CFD 呈高度线性一致 ($R^2 = 0.7959$)，趋势可直接用于工程初筛。其三，误差结构层面，分离相关区域的误差放大在跨工况尺度上稳定存在，且与攻角呈强相关，支持本文「分离流是 INR 精度瓶颈」的核心论点。至此，第二章 2.5 小结提出的第五步——利用传统 CFD 确认改进有效——得到兑现。

局限同样明确。第一，CFD 基准与训练数据同源（均为 AirfRANS 的 SST $k-\omega$ 解），因此本核验衡量的是「模型对 CFD 解的逼近程度」，而非对风洞实验或更高保真解（如 LES、DNS）的逼近程度；若需论证工程可信度，仍需引入独立实验数据。第二，压力面中后弦段存在 CFD 基准中没有的伪吸力，使升力系数幅值系统性向零收缩，中位相对误差约 16%，尚不能替代 CFD 做高精度气动设计。第三，严格分离点在 98 个工况中仅检出 8 个，说明数据集内强分离样本有限，分离机理的定量结论仍主要依赖代理判据，需在后续引入更多深失

速工况或实验数据加以强化。第四，湍流黏性 ν_t 的 R^2 仍为大幅负值（-889.25），本核验未改变 7.7 节关于该物理量尚不可用的判断。

2026 S.-T. Yau High School Science Award
仅用于2026丘成桐中学科学奖论文公示

7.7 局限性分析

尽管最终模型在速度场与压力场的预测上取得了明显改善，但湍流黏性的预测始终是本方法的核心短板。以 run_0024 为例， u 、 v 与 p 的 R^2 分别为 0.8241、0.8672 和 0.9337，拟合效果良好；但湍流黏性的 R^2 仅为 -889.25，说明现有的损失函数设计与目标变换方式，仍无法可靠拟合湍流黏性的尖峰分布特性。

若后续将湍流黏性作为核心输出物理量，需要为其单独设计空间采样策略、损失权重、数值变换规则与专项评价标准，无法直接沿用当前面向速度、压力的综合训练框架。

八、结论与展望

本文围绕分离流对 INR 流场预测精度的影响展开研究。首先，基于传统 INR 模型的验证结果，证明回流、近壁低速、压力极值和高湍流黏性等分离相关区域会显著放大预测误差；其次，通过误差贡献率说明这些区域虽然样本占比有限，却承担了更高比例的速度、压力和总误差；然后，从 INR 平滑表达、Fourier 特征频率有限、条件调制全局化以及 nut 长尾尖峰分布等角度解释了误差产生机理。

在实验方面，24 组模型迭代实验表明，真正带来稳定性能提升的并非网络结构的局部修改，而是训练目标与优化动力学的系统性调整。连续分离加权损失可引导模型主动关注分离区域；大批次训练搭配余弦预热策略能显著提升训练过程的稳定性；面向最终目标的检查点选择机制，则让模型筛选标准与实际应用指标更匹配。最终，run_0024 取得了当前最优的综合评分，而 run_0019 仍保持着验证集损失和压力 MAE 的最优表现。

在验证方面，本文以数据集中经求解器收敛的 CFD 解为独立基准，对 run_0024 开展了覆盖 98 个验证工况、约 1735 万点的全分辨率核验。结果显示：全域平均速度误差 22.53%，分离候选区放大至 41.86%（1.86 倍）、回流区 185.19%（8.22 倍）；升力系数与 CFD 呈高度线性一致（ $R^2=0.7959$ ）；三个典型工况翼面最大 C_p （驻点）为 1.001、1.002、0.996。核验同时给出方法论限定：以壁面切向速度过零点为严格判据时仅 8/98 工况检出壁面分离，说明代理判据刻画的是误差风险区而非物理分离区。至此，研究思路的第五步得到兑现，改进效果获得了独立于训练过程的确认。

展望未来，后续研究可从四个方向展开：一是完善多目标检查点筛选规则，建立标准化的多指标评价体系，根据不同工程需求适配压力优先、速度优先或分离区优先的筛选标准，提升模型选择的可复现性与场景适配性；二是开展湍流黏性专项建模优化，单独设计采样策略、加权损失乃至独立预测分支，解决这类极端尖峰分布的拟合难题；三是探索分离区局部物理约束方案，在分离候选区叠加控制方程残差，在不大幅提升训练难度的前提下，增强分离区的物理自洽性与工况泛化能力；四是引入独立于训练数据的高保真基准或风洞实验数

据，把对 CFD 解的逼近进一步推进为对真实物理的逼近，并扩大深失速工况样本以强化分离机理的定量结论。

2026 S.-T. Yau High School Science Award
仅用于2026丘成桐中学科学奖论文公示

九、参考文献

- [1] Brunton S. L., Noack B. R., Koumoutsakos P. Machine Learning for Fluid Mechanics. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2020, 52: 477-505.
- [2] Duraisamy K., Iaccarino G., Xiao H. Turbulence Modeling in the Age of Data. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2019, 51: 357-377.
- [3] Bonnet F., Mazari J. A., Cinnella P., Gallinari P. AirfRANS: High Fidelity Computational Fluid Dynamics Dataset for Approximating Reynolds-Averaged Navier-Stokes Solutions. *NeurIPS Datasets and Benchmarks*, 2022.
- [4] Sitzmann V., Martel J. N. P., Bergman A. W., Lindell D. B., Wetzstein G. Implicit Neural Representations with Periodic Activation Functions. *NeurIPS*, 2020.
- [5] Xie Y., Takikawa T., Saito S., et al. Neural Fields in Visual Computing and Beyond. *Computer Graphics Forum*, 2022.
- [6] Rahaman N., Baratin A., Arpit D., et al. On the Spectral Bias of Neural Networks. *ICML*, 2019.
- [7] Xu Z. Q. J., Zhang Y., Luo T., Xiao Y., Ma Z. Frequency Principle: Fourier Analysis Sheds Light on Deep Neural Networks. *Communications in Computational Physics*, 2020.
- [8] Tancik M., Srinivasan P. P., Mildenhall B., et al. Fourier Features Let Models Learn High Frequency Functions in Low Dimensional Domains. *NeurIPS*, 2020.
- [9] Wang S., Wang H., Perdikaris P. On the eigenvector bias of Fourier feature networks: From regression to solving multi-scale PDEs with physics-informed neural networks. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2021.
- [10] Perez E., Strub F., de Vries H., Dumoulin V., Courville A. FiLM: Visual Reasoning with a General Conditioning Layer. *AAAI*, 2018.
- [11] Raissi M., Perdikaris P., Karniadakis G. E. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. *Journal of Computational Physics*, 2019.
- [12] Li Z., Kovachki N., Azizzadenesheli K., et al. Fourier Neural Operator for Parametric Partial Differential Equations. *ICLR*, 2021.
- [13] Kovachki N., Li Z., Liu B., et al. Neural Operator: Learning Maps Between Function Spaces. *Journal of Machine Learning Research*, 2023, 24(89): 1-97.
- [14] He H., Garcia E. A. Learning from Imbalanced Data. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, 2009, 21(9): 1263-1284.

[15] Lin T. Y., Goyal P., Girshick R., He K., Dollar P. Focal Loss for Dense Object Detection. ICCV, 2017.

2026 S.-T. Yau High School Science Award
仅用于2026丘成桐中学科学奖论文公示

附录 A：24 次模型迭代实验完整记录

附录 A 记录 24 次训练/测试的完整迭代过程。正文第七章只选取关键节点展开论证，本表用于保证实验过程可追溯。

表 A-1 24 次模型迭代实验记录

run	版本	状态	主要改动	score	val loss	速度误差%	pressure MAE
run_0001	manual	recorded	手动基线记录	22.5717	0.14184	25.00	365.26
run_0002	v0001	ok	烟测，小样本 1 epoch		1.09806		
run_0003	v0002	ok	关闭 gated residual	57.3607	1.09782	64.04	1389.42
run_0004	v0003	ok	关闭 residual + 弱结构输入	57.3992	1.09709	64.05	1393.36
run_0005	v0004	ok	弱结构监督 + 关闭 residual	25.7955	0.15703	27.59	371.62
run_0006	v0005	ok	continuous sep, power=0.75	23.1977	0.14410	25.13	370.25
run_0007	v0005	ok	continuous sep, power=1.0	22.8274	0.14378	25.19	366.89
run_0008	v0006	ok	gated residual scale/warmup	24.8279	0.14828	26.03	393.56
run_0009	ai_v0002	ok	continuous sep + batch 4096	22.9051	0.14432	25.13	368.32
run_0010	ai_v0003	ok	smooth l1 structure loss	23.9448	0.14877	26.38	386.66
run_0011		空目录	空目录				
run_0012	ai_v0004	ok	detach gate branch	23.3313	0.14963	26.11	373.18
run_0013	ai_v0005	failed:2	target power 1.5, 失败				
run_0014	ai_v0005	ok	target power 1.5	23.0964	0.14685	25.40	383.24
run_0015	ai_v0006	failed	大 batch + cosine, 失败				
run_0016	ai_v0006	未完整	大 batch + cosine, 未完整		0.25759		
run_0017	ai_v0006	ok	batch 6144 + cosine warmup	21.4519	0.13835	23.75	340.91
run_0018	v0007	ok	24 epoch	20.3983	0.12872	22.41	319.12
run_0019	v0008	ok	28 epoch	20.6523	0.12121	22.10	308.61
run_0020	ai_v0007	ok	separation weight late ramp	20.6353	0.12221	22.20	310.12
run_0021	ai_v0008	ok	full-objective checkpoint	20.2565	0.14193	21.97	323.45
run_0022	ai_v0008	ok	structure-aware checkpoint	20.2565	0.14193	21.97	323.45
run_0023	ai_v0009	ok	objective checkpoint, 无 sep ramp	20.6523	0.13866	22.10	308.61
run_0024	ai_v0010	ok	structure/gate loss late ramp + objective-aware	20.2323	0.14189	21.97	323.10

附录 B：前文数据核对与重算清单

本文在成稿过程中，以项目现存档（prediction/metrics.json、region_metrics.json、history.json、evaluation_sample.npz 及 run_0024 权重推理）为准，对全部关键数值逐条重算并据以更新正文。核对共 77 项，其中 20 项与原稿一致、57 项存在冲突。冲突全部集中在第三、四章；第七章的 7.7 节与附录 A 共 9 项逐位一致，说明推理链路正确。

冲突根因：原稿第三、四章引用的是一次 2000 点采样的旧评估批次（原稿 3.1 节自述「验证采样点数 2000」），其存档已被后续 5000 点运行覆盖，全项目已不存在该批次文件。项目根目录的报告.txt 保留了该批次的原始数值且内部自洽（全域速度矢量误差 10.8202、分离区 13.3797、倍率 1.2365，与原 3.3 表的 $1.24\times$ 吻合），因此这些数字并非编造，而是源数据丢失导致的不可复现。本文统一改用现存 5000 点批次重算第三、四章全部数值，使全文口径自洽。

两处需要特别留意的问题：第一，原稿 3.2 表中 u 与 v 两行的 R^2 与相关系数疑似被写反。重算显示基线模型 v 的 R^2 (0.8345) 高于 u (0.7738)，与 7.7 节 run_0024 的 v (0.8672) > u (0.8241) 规律一致；按互换假设比对，总偏差从 0.1341 降至 0.0156。第二，原稿 3.1 节的损失表与 prediction/history.json 不符（第 20 轮验证损失原稿为 0.217143、存档为 0.164483），本文已直接采用存档值并同步更新图 1。

第五章机理数值同样按官方存档校正：速度梯度前 25% 区域倍率由 1.78 更正为 1.89、涡量前 25% 由 1.73 更正为 2.05、压力梯度前 25% 由 3.18 更正为 3.56、前 9% 由 3.47 更正为 3.78、nut 梯度前 50%

为 15.51；坐标敏感性相关系数由 0.663/0.758 更正为 0.540/0.703（与 nut 误差 -0.013）；case 级压力极值占比与压力 MAE 相关系数由 0.633 更正为 0.699，nut 高点占比与 nut MAE 相关系数由 0.571 更正为 0.384。

表 B-1 前文冲突明细（共 57 项，已按重算值更新正文）

章节	条目	原稿值	重算值	单位
3.1	第 1 轮 训练损失	1.47343	1.55394	
3.1	第 1 轮 验证损失	0.530814	0.315376	
3.1	第 20 轮 训练损失	0.791287	0.627051	
3.1	第 20 轮 验证损失	0.217143	0.164483	
3.1	验证采样点数	2000	5000	
3.2	u R^2	0.8486	0.773787	
3.2	u Pearson r	0.927	0.894181	
3.2	u 绝对 MAE	7.3935	9.24575	
3.2	u RMSE	11.6669	14.1612	
3.2	u 相对 MAE	17.15	21.2502	%
3.2	v R^2	0.7753	0.834549	
3.2	v Pearson r	0.8823	0.925185	
3.2	v 绝对 MAE	5.7857	6.1996	
3.2	v RMSE	14.6009	12.3924	
3.2	v 相对 MAE	40.3	41.9452	%
3.2	p R^2	0.8057	0.890324	
3.2	p Pearson r	0.9049	0.945377	
3.2	p 绝对 MAE	444.192	365.256	
3.2	p RMSE	1428.74	965.495	
3.2	p 相对 MAE	42.52	35.2601	%
3.2	nut R^2	-51.8963	-55.5313	
3.2	nut Pearson r	0.4455	0.282625	
3.2	nut 绝对 MAE	0.001805	0.00164339	
3.2	nut 相对 MAE	211.28	195.552	%
3.3	近壁区 点数	585	1421	
3.3	近壁区 占比%	29.25	28.42	%
3.3	近壁区 速度误差倍率	1.7	2.04514	x
3.3	近壁区 压力 MAE 倍率	1.67	1.44288	x
3.3	回流区 点数	106	223	
3.3	回流区 占比%	5.3	4.46	%
3.3	回流区 速度误差倍率	2.73	1.68048	x
3.3	回流区 压力 MAE 倍率	4.11	2.75583	x
3.3	压力极值区 点数	200	500	
3.3	压力极值区 速度误差倍率	2.66	1.3548	x
3.3	压力极值区 压力 MAE 倍率	4.27	3.70311	x
3.3	高 nut 前 5%区 点数	100	250	

3.3	高 nut 前 5%区 压力 MAE 倍率	0.51	0.447134	x
3.3	分离候选区 点数	357	837	
3.3	分离候选区 占比%	17.85	16.74	%
3.3	分离候选区 速度误差倍率	1.24	1.81614	x
3.3	分离候选区 压力 MAE 倍率	1.63	1.12586	x
第四章	分离区 速度误差贡献%	22.07	17.0389	%
第四章	分离区 压力误差贡献%	29.06	18.8469	%
第四章	分离区 nut 误差贡献%	85.45	80.4706	%
第四章	非分离区 速度误差贡献%	77.93	82.9611	%
第四章	非分离区 压力误差贡献%	70.94	81.1531	%
第四章	非分离区 nut 误差贡献%	14.55	19.5294	%
第四章	reverse_flow_u_lt_0 占比%	5.3	4.46	%
第四章	reverse_flow_u_lt_0 速度贡献%	14.45	7.86617	%
第四章	reverse_flow_u_lt_0 压力贡献%	21.76	12.291	%
第四章	reverse_flow_u_lt_0 nut 贡献%	2.2	11.2114	%
第四章	pressure_extreme_top_10pct 速度贡献%	26.64	22.9619	%
第四章	pressure_extreme_top_10pct 压力贡献%	42.68	37.0311	%
第四章	high_nut_top_5pct nut 贡献%	85.35	80.2165	%
第四章	near_wall 占比%	29.25	28.42	%
第四章	near_wall 速度贡献%	49.64	40.474	%
第四章	near_wall 压力贡献%	48.85	41.0065	%

附录 C：图表生成链路与后期改动指引

本文全部图表与数值均由 `cf_validation_example` 目录下的脚本自动生成，改数据只需改脚本参数并重跑，无需手工改图。完整生成链为四步：数据准备 → 气动力补算 → 绘图 → 文档组装。

表 C-1 生成链路与改动入口

环节	脚本	说明
数据准备	<code>prepare_cfd_data.py</code>	98 工况全分辨率推理 + 分区指标
气动力补算	<code>compute_aero.py</code>	Cl/Cm、严格分离点、翼面 Cp 分箱
前文审计	<code>audit_report_numbers.py</code>	报告值 vs 重算值逐条比对
图 1-4（第三、四章）	<code>fig_orig.py</code>	损失曲线、全域指标、区域倍率、误差贡献
图 5-6（CFD 核验云图）	<code>fig_field.py</code>	视窗与三角化参数可调
图 7-10（CFD 核验定量）	<code>fig_quant.py</code>	Cp 曲线、parity、分区误差、攻角扫描
统一样式	<code>plot_style.py</code>	字体栈、配色、线宽、DPI 一处生效
本文档（模板版）	<code>make_paper_by_template.py</code>	按 <code>paper_template</code> 版式组装

运行环境注意事项：绘图与推理需使用带 `torch` 与 `matplotlib` 的解释器，并在运行前清空 `PYTHONPATH`、设置 `KMP_DUPLICATE_LIB_OK=TRUE`，否则会因 `PIL` 版本冲突或 `OpenMP` 运行时重复加载而失败。字体栈以 `SimSun` 打头（`SimSun` 自带拉丁字形，中英文、希腊字母与上下标零缺字），标题用 `SimHei`；若把 `Times New Roman` 放在首位，`matplotlib` 不会回落，中文会全部变成方框。对数坐标的指数刻度在中文宋体下易缺字，图 3 已显式改用十进制刻度标签。

若日后改用自行重算的 `OpenFOAM` 结果作为基准（而非数据集自带解），需保持三个口径不变：压力按 `kinematic pressure` 归一、`Cp` 用实测远场 $|V_\infty|$ 、气动力用相同积分路径；否则图 6、图 7 与表 7-4 的数值将无法与本文对比。网格坐标架若改为风轴对齐，7.6.1 节关于坐标架偏差的表述需同步删除。

图表编号说明：正文图 1-4 对应第三、四章，图 5-10 对应 7.6 节 CFD 核验；表格按章节独立编号（表 2-1、表 3-1 至 3-6、表 4-1 至 4-2、表 5-1、表 6-1、表 7-1 至 7-6、表 A-1、表 B-1、表 C-1）。若需并回既有报告体系，7.6 节的图可按原第七章序列重编号为图 7-1 至 7-6。

2026 S.-T. Yau High School Science Award
仅用于 2026 丘成桐中学科学奖论文公示

致谢

【以下为致谢正文占位框架，请按模板要求补全后删除方括号提示。】

一、研究背景与指导关系：请说明本课题的选题来源，指导老师与参赛学生的师生关系，指导老师在课题提出、数据获取、方法讨论与论文修改各环节所起的具体作用，以及指导是否有偿。

二、研究过程分工：请按「选题—数据获取—实验设计与实施—数据分析与计算—论文撰写—图表制作」的顺序，逐一说明参赛学生与指导老师（如有多名队员，逐人）的具体分工与贡献，并说明各环节遇到的主要困难（例如本研究的 CFD 数据核验、模型多轮迭代调参）及解决经过。

三、他人协助：如有提供算力、数据或讨论帮助的其他老师、同学或机构，请在此说明并致谢。

（模板要求本部分 1-2 页，约 500-1000 字；如有必要可附参赛学生与指导老师简历。）