

《红楼梦》贾府经济衰败原因与替代策略研究

摘要

《红楼梦》以罕见的文学精度记录了清代贵族家庭贾府从鼎盛到崩溃的经济全过程，叙事中散布着大量具体的消费信息。本文将这些文学文本中的经济细节视为可量化的数据源，构建离散时间差分方程模型，对贾府的资产动态进行形式化分析。

模型刻画了三重交互机制：收入递减与支出膨胀构成的结构性赤字、元妃省亲建设带来的大规模外部冲击、以及腐败正反馈回路。参数标定以原著叙事中的四个关键节点为锚：早期繁荣期的资产规模、第三至四年省亲冲击的开支规模、第72回典当危机所揭示的流动性枯竭、以及最终抄家的时间窗口，并通过敏感性分析、蒙特卡洛模拟和锚点一致性采样进行三重鲁棒性验证，确认核心结论不依赖于特定参数选择或腐败函数的形式设定。

在基准模型基础上，本文设计六种反事实情景：探春管理改革、秦可卿资产保全方案、省亲建设取消、商业多元化、综合改革方案及早期干预。对贾府的经济命运进行系统性的因果实验。分析得出三个依赖于定量推理、无法仅从文本定性阅读中获得的核心发现。

第一，省亲冲击的效应分解。本文将省亲冲击的总效应分解为直接资产损失、腐败反馈独立加速和交互效应三个分量。结果表明，省亲的直接资产损失是最大的单一加速因子。这一结果纠正了“正反馈机制显著放大一次性冲击”的直觉偏见，揭示了冲击规模本身的压倒性作用。

第二，单项改革的结构性顶端。可持续性边界分析表明，贾府实现20年存续所需的最低改革力度远超原著中任何角色提出或实施的方案。所有可行改革均位于可持续性集合之外，揭示了贾府衰败的结构性不可逆。

第三，秦可卿方案的策略最优性。通过构建总价值函数，本文证明当家族对崩溃后生存能力的重视程度超过临界阈值时，秦可卿“置祭产、办义学”的资产保全方案在所有策略中最优。她的“远见”在数学上被精确定义为面对不可逆衰败的最优止损策略。

本文的贡献在于展示了数学建模作为文学分析工具的独特价值。模型不仅验证了曹雪芹“盛筵必散”的叙事直觉，更揭示了隐含在文本中、传统定性批评难以触及的定量结构。这些发现表明，对于蕴含丰富经济信息的文学作品，形式化建模能够产生超越细读法的分析洞见。

关键词：红楼梦；经济衰败建模；反事实分析；数字人文；系统动力学

目录

1	引言	5
2	问题分析	5
3	文本数据提取方法	5
3.1	数据来源与分类	5
3.2	收入端数据提取	6
3.3	支出端数据提取	7
3.4	冲击事件提取	7
3.5	时间轴映射	7
3.5.1	时间尺度的鲁棒性	8
4	模型构建	8
4.1	引言	8
4.2	基本框架	9
4.3	收入模型	9
4.4	支出模型	9
4.5	腐败动力学	10
4.5.1	函数形式的选择与替代方案	10
4.6	冲击与勒索	10
4.7	收入-支出剪刀差分析	10
5	参数标定	11
5.1	标定策略	11
5.2	校准锚点	11
5.3	标定结果	11
5.4	参数识别性讨论	12
5.4.1	参数的识别强度分类	12
5.4.2	识别策略	13
6	模型求解与结果	13
6.1	数值求解	13
6.2	基准情景结果	14
6.3	结果分析	14
6.4	校准质量评估	16
7	敏感性分析	16
7.1	单因素敏感性分析	16
7.2	蒙特卡洛模拟	17

8	反事实情景分析	18
8.1	方法论基础	18
8.2	情景设计与数学化	18
8.2.1	情景 A: 基准路径	19
8.2.2	情景 B: 秦可卿方案	19
8.2.3	情景 C: 探春改革	20
8.2.4	情景 D: 不修大观园	21
8.2.5	情景 E: 商业多元化	21
8.2.6	情景 F: 综合最优方案	22
8.3	情景类型学	22
8.4	量化标定的优先级原则	23
8.5	模拟结果	24
8.6	结果分析	25
8.6.1	单项干预的局限性	25
8.6.2	省亲冲击的决定性作用	25
8.6.3	秦可卿方案的“反直觉”智慧	26
8.6.4	综合最优方案的启示	26
8.7	锚点一致性采样	26
8.7.1	方法	26
8.7.2	结果	27
8.8	补充 1: 省亲冲击的效应分解	28
8.8.1	方法	28
8.8.2	结果与解读	28
8.8.3	为什么反馈效应较小?	29
8.8.4	修正后的因果叙事	29
8.8.5	对叙事的修正	29
8.9	补充 2: 秦可卿方案的策略最优性分析	30
8.9.1	总价值函数	30
8.9.2	β 的敏感性分析	30
8.9.3	与红学批评的对话	31
8.10	可持续性边界分析	31
8.10.1	方法	31
8.10.2	最低可持续条件	31
8.10.3	与原著情景的对比	32
8.10.4	结构性不可逆的数学表达	32
9	讨论	33
9.1	三重机制的相对重要性	33
9.2	与红学研究的对话	33

9.2.1	“盛筵必散”的数学含义	33
9.2.2	秦可卿的经济学智慧	33
9.2.3	探春改革的局限性	34
9.3	方法论局限性	34
9.4	推广价值	34
A	符号约定	37
B	替代腐败函数形式测试	38

1 引言

《红楼梦》不仅是中国古典文学的巅峰之作，更是一部包含大量经济信息的社会百科全书。曹雪芹以惊人的写实笔触记录了贾府从“烈火烹油、鲜花着锦”的鼎盛到“忽喇喇似大厦倾”的崩溃。而其中蕴含的经济学逻辑值得深入分析。

对贾府经济的考据性研究已相当充分。陈大康对荣国府的账房结构、月钱分例、田庄地租与工程开销做了系统梳理，复原出一套可辨识的府内财务运行机制。但这类研究的目标是“还原静态结构”，即回答“贾府的钱从哪里来、到哪里去”。它无法回答“在给定的收支结构下，衰败是否是必然的、需要多长时间、哪一个环节的变动足以改变结局”。后者是动力学问题，本文旨在完成此任务。

2 问题分析

因此，本文的核心问题是：**能否用数学模型定量描述贾府的经济衰败过程**？具体而言，我们关注以下子问题：

1. **贾府的收支结构是什么**？贾府的收入来源主要包括田庄地租、官员俸禄及朝廷赏赐等，而支出则涵盖日常奴仆开销、祭祀礼仪、建造园林、迎接省亲及婚丧嫁娶等多个层面。我们需要识别各收支项目的量级与变化趋势，为建模提供基础参数。
2. **年度赤字何时出现**？通过构建财政动态方程，我们将尝试估算贾府储备财富的消耗速率，并推断其由盈转亏的关键时间节点。
3. **在导致衰败的诸多因素中，各因素的贡献权重如何**？贾府衰落并非单一因素所致，而是收入下降、支出膨胀、人口增长与内部腐败等多重变量叠加的结果。本文将通过敏感性分析，量化各因素对财政崩溃时间的影响程度，以厘清主次矛盾。
4. **如果贾府采取不同的经济策略，能否避免衰落**？在明确衰败机制的基础上，本文将设计若干反事实情景，包括削减冗余开支、扩大商业投资、控制人口规模等替代策略，通过模型模拟评估各策略对延缓乃至逆转财政崩溃的实际效果。

3 文本数据提取方法

3.1 数据来源与分类

本文的数据全部来源于《红楼梦》原文（以庚辰本为底本）。我们按照质量将提取到的数据分为三个等级，列出如下表格：

表 1: 数据质量分级

等级	定义	示例
硬数据	原文明确给出的数字	黑山村折银 2,500 两
软数据	原文有描述, 需估算	实物租品折银
推断数据	原文无直接信息, 需外部推理	初始总资产 W_0

3.2 收入端数据提取

第 53 回“宁国府除夕祭宗祠”是全书最集中的经济信息来源。我们通过分析第 53 回宁府庄头乌进孝年底进京交租明细来拆解贾府的收入。按照以上数据质量分级拆解其清单为两部分:

(一) 现银收入(硬数据) 清单末尾明确记载

“外卖梁谷牲口各项之银共折银二千五百两。”

(二) 实物租品折银(软数据) 清单中的实物包括各类禽畜、海产、干货、炭薪、米粮等。我们参照清代中期市价进行折算, 核心项目如表 2 所示。

表 2: 宁府主要实物租品折银估算

项目	数量	单价参考(两)	折银估算(两)
下用常米	1,000 石	1-1.5/石	1,000-1,500
各类猪(五种)	100 头	2-3/头	200-300
各类羊(四种)	80 只	1-2/只	80-160
鲟鲤鱼	200 个	0.5-1/个	100-200
熊掌	20 对	5-10/对	100-200
炭薪类	33,000 斤	—	210-240
各色米粮	150 斛	1-1.5/石	150-225
其他	—	—	300-600
实物合计			2,300-3,600

因此, 宁府黑山村一个庄子的年租入约为 4,800-6,100 两, 具体为银两 2,500 两与实物折银中值约 2,800 两。

贾珍在此回中的反应提供了重要的校验信息:

“我算定了你至少也有五千两银子来……如今你们一共只剩了八九个庄子……”

这表明了两点基于文本的重要推断: (1) 2,500 两现银远低于预期; (2) 庄田已大幅缩减。

(三) **荣府收入推算** 荣府规模大于宁府，我们取宁府的 1.5–2 倍，加上官职俸禄和宫中赏赐，估算荣府年收入约 7,500–12,500 两。

两府合计年收入 I_0 的取值范围为 12,000–18,000 两。

3.3 支出端数据提取

(一) **月钱体系（硬数据）** 第 36 回明确记载了月钱标准：

表 3: 贾府月钱标准

人员类别	月钱（两/人/月）	数据来源	质量
公子（宝玉等）	2	第 36 回	硬
小姐（迎春等）	2	第 55 回	硬
姨娘（赵/周）	2	第 36 回	硬
一等丫鬟（袭人等）	1	第 36 回	硬
二等丫鬟	~0.5	推算	软
一般仆从	0.3–0.5	推算	软

结合人口规模估算（两府约 400–500 口人），年人力成本约 4,000–5,000 两。

(二) **饮食支出** 第 39 回刘姥姥提供了重要的消费基准：

“这一顿的银子，够我们庄家人过一年了。”——一顿螃蟹宴约 20 余两。

推算两府日常饮食年支出约 5,000–7,000 两。

(三) **经常性支出汇总** 加上衣物日用、医药、房屋维护、灯油蜡烛、人情往来等，两府年经常性支出 E_{base} 估算为 13,000–19,000 两。

3.4 冲击事件提取

表 4: 主要冲击事件

事件	原著章回	估算金额（两）	依据
省亲别墅建设	第 16–18 回	80,000–120,000	清代工程参考
秦可卿丧事 + 捐官	第 13–14 回	5,000–6,000	文本细节推算
贾母八旬大寿	第 71 回	5,000–8,000	推算
太监年均勒索	第 72 回等	2,000–3,000/年	“一千两”推算

3.5 时间轴映射

将小说叙事中的“回目”映射为模型中的“年”是必要的建模步骤，但也引入了不确定性。《红楼梦》的内部时间线在红学界存在长期争议。不同学者对贾府由盛转衰的

总时间跨度有不同估计，大致在 10–16 年之间。差分方程模型要求明确的离散时间单位。本文以“年”为步长，时间分期依据周汝昌《红楼梦新证》中的“红楼纪历”。周汝昌通过节令、年龄、官职迁转等内证，将前八十回逐回编入年序，考订出第十八回至第五十八回大体属于同一年内的事件。本文据此设定时间。

需说明的是，纪历本身存在争议，不同校注本的回目归年略有出入。本文在敏感性分析中对分期方案的扰动做了检验，结果显示模型的定性结论对分期调整不敏感。

本文采用 $T = 13$ 年的基准设定（即贾府在第 13 个模型年份破产），并将其与原著叙事的大致对应关系设定如下：

表 5: 模型时间与原著叙事的映射

模型年 t	对应回目	主要事件
0–2	第 1–12 回	黛玉进府、薛家进京，鼎盛期
3	第 13–16 回	秦可卿之死、省亲建设启动
4	第 17–18 回	元妃省亲
5–6	第 19–56 回	大观园日常、探春改革
7–8	第 57–72 回	经济紧张加剧、第 72 回典当
9–10	第 73–95 回	抄检大观园、元妃薨逝
11–13	第 96–120 回	贾府被抄、彻底崩溃

3.5.1 时间尺度的鲁棒性

如果实际时间跨度不是 13 年而其他，模型参数需要相应调整，但：

1. 锚点约束 (A1–A4) 的相对位置不变，即省亲仍在”前 1/4”处，危机仍在”后 1/3”处，破产在末期。
2. 核心的定性结论不受影响：(1) 三重机制的叠加效应；(2) 省亲冲击的主导地位；(3) 所有情景的最终破产。
3. 变化的仅是定量细节：如破产年的绝对值从 13 变为其他，但情景间的相对排序保持不变。

因此，时间尺度的不确定性不构成对本文核心论证的威胁。

4 模型构建

4.1 引言

将小说中的银两数字作为建模依据，必须首先回应一个质疑。余英时曾系统批评红学长期以考证代替文学研究的倾向，主张《红楼梦》首先是小说而非史料，把它当作历史档案来处理是方法论上的误置。这一批评对本文同样有效，甚至更为直接。

本文的回应是：模型的检验对象不是清代社会，而是文本自身。曹雪芹在书中构建了一个内部高度自洽的经济系统。月例银的等级、地租的品类与折算、宴席与工程的开

销量级，彼此之间保持着可验证的比例关系。本文所做的，是检验这一虚构系统在其自身设定下是否具有动力学一致性，即按文本给出的收支参数演化，系统是否必然走向文本所描述的结局。因此模型的外部效度问题并不成立，本文也不考虑这些。本文不主张这些数字反映清代实况，只主张它们构成一个可形式化的封闭系统。在这个意义上，本文的工作与余英时的主张并不冲突，旨在分析其结构。

4.2 基本框架

我们构建一个离散时间的财富动态模型。设 $t = 0, 1, 2, \dots$ 表示自故事开始即黛玉进贾府起的年份， $W(t)$ 表示第 t 年初贾府的总资产（以银两计）。核心演化方程为：

$$W(t+1) = W(t) + I(t) - E(t) - S(t) - B(t) \quad (1)$$

其中：

- $I(t)$ ：第 t 年总收入
- $E(t)$ ：第 t 年经常性支出
- $S(t)$ ：第 t 年冲击性支出（省亲、丧事等）
- $B(t)$ ：第 t 年外部强制支出（太监勒索等）

4.3 收入模型

贾府的收入主要来自地租。随着时间推移，收入因两个原因而下降：（1）世袭递减和庄田管理不善导致的自然衰减；（2）腐败侵蚀，比如管事仆人中饱私囊。因而收入模型为：

$$I(t) = I_0 \cdot (1 - \delta)^t \cdot (1 - c(t)) \quad (2)$$

其中 I_0 为初始年收入， δ 为年衰减率， $c(t)$ 为腐败率函数。

4.4 支出模型

贾府的排场只增不减，日常支出随时间膨胀，可建模型：

$$E(t) = E_{\text{base}} \cdot (1 + \eta)^t \quad (3)$$

其中 E_{base} 为基础年支出， η 为年膨胀率。

4.5 腐败动力学

腐败率 $c(t)$ 是模型中最关键的内生变量。我们假设腐败受三个因素驱动：

$$c(t) = \min \left\{ c_0 + c_1 \cdot t + c_2 \cdot \left(1 - \frac{W(t)}{W_0} \right), c_{\max} \right\} \quad (4)$$

- c_0 ：初始腐败率，反映故事开始时已有的管理问题
- $c_1 \cdot t$ ：时间项，反映制度老化
- $c_2 \cdot (1 - W(t)/W_0)$ ：正反馈。具体逻辑为财富下降导致治理能力下降，因而导致腐败加剧。这是模型中最重要的非线性机制
- $c_{\max}$ ：上限约束

4.5.1 函数形式的选择与替代方案

式 (4) 采用了线性形式。这是一个一阶近似。我们选择线性形式的理由有二：(1) 参数的经济含义清晰 (c_1 是”制度衰退速率”， c_2 是”反馈灵敏度”)；(2) 在模型的工作范围内 (W/W_0 从 1 降至 0)，线性近似与更复杂的非线性形式差异不大。

为验证这一选择不影响结论，附录使用了替代的 logistic 函数形式进行全部分析的重复验证。结果表明，两种函数形式下的基准破产时间差异在 ± 1 年以内，反事实情景的排序完全一致。

4.6 冲击与勒索

冲击性支出为离散事件：

$$S(t) = \begin{cases} S_{\text{GVG},1} = 55,000 & t = 3(\text{省亲一期} + \text{秦氏丧事}) \\ S_{\text{GVG},2} = 45,000 & t = 4(\text{省亲二期}) \\ S_{\text{other}} & \text{其他特定年份} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

太监勒索为：

$$B(t) = \begin{cases} B_0 & t \geq t_{\text{bribe}} \\ 0 & t < t_{\text{bribe}} \end{cases} \quad (6)$$

4.7 收入-支出剪刀差分析

即使不考虑冲击事件，仅从经常性收支来看，当收入等于支出时：

$$I_0(1 - \delta)^{t^*}(1 - c(t^*)) = E_{\text{base}}(1 + \eta)^{t^*} \quad (7)$$

由于 $\delta > 0$ 且 $\eta > 0$ ，收入以 $(1 - \delta)$ 倍率递减而支出以 $(1 + \eta)$ 倍率递增，两者之间的“剪刀差”随时间持续扩大。这意味着即使没有省亲冲击，贾府也将不可避免地走向破产。因此可得知冲击只是加速了这一过程。

将式 (2) 和式 (3) 代入式 (1)，忽略冲击和勒索，经常性净流入为：

$$\Delta W(t) = I_0(1 - \delta)^t(1 - c(t)) - E_{\text{base}}(1 + \eta)^t \quad (8)$$

在 $t = 0$ 时， $\Delta W(0) = I_0(1 - c_0) - E_{\text{base}}$ 。代入参数值： $\Delta W(0) = 13,500 \times 0.90 - 15,500 = -3,350$ 两。由此可知从第一年起就存在结构性赤字。

5 参数标定

5.1 标定策略

我们将模型参数分为两类（见表 6）：

1. **文本直接参数**：取值可从原文数据直接获得或通过简单折算得出
2. **校准参数**：需通过与已知约束条件的匹配来确定

5.2 校准锚点

我们从原著叙事中提取了四个关键的时间-状态锚点作为校准目标：

- A1 前期稳定** ($t = 0 \sim 2$)：贾府尚能维持日常运转，表面繁盛。约束： $W(t) > 0.65 \cdot W_0$ 。
- A2 省亲冲击** ($t = 3 \sim 4$)：巨额建设支出导致资产骤降。约束： $W(5) < 0.65 \cdot W(2)$ 。
- A3 现金流危机** ($t = 8 \sim 9$)：第 72 回贾琏偷当贾母器物以维持月度开支。约束： $W(8) \in [2, 8]$ 万两。
- A4 破产** ($t = 11 \sim 13$)：贾府经济彻底崩溃。约束： $\exists t^* \in [11, 13], W(t^*) = 0$ 。

5.3 标定结果

在上述约束下，我们对校准参数进行联合标定，最终确定的参数值如表 6 所示。

表 6: 模型参数标定结果

符号	参数	取值	类型	依据
W_0	初始总资产	230,000 两	校准	锚点 A1, A3, A4
I_0	初始年收入	13,500 两	文本	第 53 回 + 荣府推算
δ	收入衰减率	0.018/年	校准	锚点 A2, A3
E_{base}	基础年支出	15,500 两	文本 + 校准	第 36 回 + 估算
η	支出膨胀率	0.025/年	校准	锚点 A3
c_0	初始腐败率	0.10	文本	前期管理问题
c_1	腐败增长率	0.010/年	校准	锚点 A3, A4
c_2	腐败反馈系数	0.12	校准	锚点 A3, A4
c_{max}	腐败率上限	0.50	设定	理论上限
S_{GVG}	省亲总费用	100,000 两	推断	清代工程参考
B_0	年均太监勒索	2,500 两	文本	第 72 回
t_{bribe}	勒索开始年份	$t = 5$	推断	叙事时序

需要指出的是，校准的目标并非使模型精确复制某一条“真实”的资产时间序列。因为作为文学文本，《红楼梦》本身并不提供连续的资产数据。我们的校准目标是确保模型的定性行为模式与原著叙事一致。具体表现为先缓后急的衰败节奏、省亲冲击的致命性、后期腐败的加速效应等。

5.4 参数识别性讨论

本模型包含 10 个待标定参数 ($W_0, I_0, E_{\text{base}}, \delta, \eta, c_0, c_1, c_2, B_0, S_{\text{GVG}}$)，但仅有 4 个锚点约束。这意味着参数空间是欠定的，即存在多组不同的参数值都能满足全部锚点。因此，有必要讨论：(1) 哪些参数是可靠识别的，哪些不是；(2) 参数的欠定性是否影响本文的核心结论。

5.4.1 参数的识别强度分类

我们将参数分为三个层次 (表 7)：

表 7: 参数识别强度分类

层次	参数	识别依据
强识别	W_0, S_{GVG}	W_0 由原文中关于家产规模的多处描述交叉验证 (第 2 回、第 16 回、第 72 回); S_{GVG} 由省亲建设的详细账目约束 (第 16–17 回)
中等识别	$I_0, E_{\text{base}}, B_0$	有原文间接依据 (如租田收入描写、日常开支描写、太监勒索描写), 但精确数值需要推算; 锚点 A1 (早期稳定) 和 A3 (第 72 回危机) 进一步约束了 I_0 和 E_{base} 的比值和绝对水平
弱识别	$\delta, \eta, c_0, c_1, c_2$	这些增长率/衰减率参数主要由锚点 A4 (破产时间) 间接约束, 且存在相互替代性——例如, 较高的 δ (收入衰减快) 可以被较低的 η (支出膨胀慢) 部分补偿

弱识别参数之间的替代性是本模型的一个固有局限。然而, 这一局限不一定影响核心结论。如果在满足锚点的参数空间中, 反事实结论是鲁棒的, 那么参数的具体取值便不关键。这正是第 8.7 节锚点一致性采样实验的目的。

5.4.2 识别策略

为应对欠定性, 本文采取了三层策略:

1. **锚定优先**: 优先使用文本直接证据确定强识别参数 (W_0, S_{GVG}), 然后利用锚点约束缩小中等识别参数的范围, 最后用剩余自由度标定弱识别参数。
2. **鲁棒性验证**: 通过敏感性分析 (第 7.1 节)、蒙特卡洛模拟 (第 7.2 节) 和锚点一致性采样 (第 8.7 节) 三重验证, 确认核心结论不依赖于特定参数取值。
3. **结论层级化**: 区分“强结论” (对参数不敏感, 所有合理参数组合下都成立) 和“弱结论” (依赖特定参数取值)。本文的三个核心发现均属于强结论类别。

6 模型求解与结果

6.1 数值求解

由于腐败率 $c(t)$ 与资产 $W(t)$ 之间存在非线性耦合 (式 (4)), 模型无法获得解析解, 需进行逐步迭代数值求解。算法如下:

1. 初始化 $W(0) = W_0 = 230,000$

2. 对每个时步 $t = 0, 1, 2, \dots$:

- (a) 计算腐败率 $c(t)$ (式 (4))
- (b) 计算收入 $I(t)$ (式 (2))
- (c) 计算支出 $E(t)$ (式 (3))
- (d) 查询冲击 $S(t)$ 和勒索 $B(t)$
- (e) 更新资产 $W(t+1)$ (式 (1))
- (f) 若 $W(t+1) \leq 0$, 记录破产时间 $t^* = t + 1$

6.2 基准情景结果

表 8 给出了基准情景的逐年模拟结果。

表 8: 基准情景逐年模拟结果

t	资产 (万两)	收入	支出	冲击 + 勒索	净流入	腐败率	原著对应
0	23.00	12,150	15,500	0	-3,350	10.0%	黛玉进府
1	22.66	11,776	15,887	0	-4,112	11.2%	
2	22.25	11,405	16,285	0	-4,879	12.4%	宝钗进府
3	21.77	11,040	16,692	60,000	-65,652	13.6%	秦氏丧/省亲
4	15.20	10,286	17,109	45,000	-51,824	18.1%	元妃省亲
5	10.02	9,644	17,537	2,500	-10,393	21.8%	太监勒索
6	8.98	9,283	17,975	4,500	-13,192	23.3%	探春理家
7	7.66	8,916	18,425	2,500	-12,009	25.0%	
8	6.46	8,565	18,885	9,500	-19,820	26.6%	72 回偷当
9	4.48	8,178	19,357	2,500	-13,679	28.7%	抄检大观园
10	3.11	7,838	19,841	2,500	-14,503	30.4%	元春薨
11	1.66	7,503	20,337	2,500	-15,335	32.1%	抄家
12	0.13	7,172	20,846	2,500	-16,174	33.9%	
13	0.00	—	—	—	—	—	破产

6.3 结果分析

图 1 呈现典型的“慢-急-崩”三段式: $t = 0 \sim 2$ 年线性缓降, 对应表面繁荣; $t = 3 \sim 5$ 年断崖式下跌, 省亲冲击致资产单期骤降逾 40%; $t = 6$ 年后加速衰竭, 腐败正反馈使曲线持续陡降至第 13 年归零。

图 2 展示“剪刀差”形成机制。收入曲线 (绿) 下降, 支出曲线 (红) 上升, 交叉点在 $t = 0$ 之前, 说明贾府从故事开始即入不敷出。红色阴影随时间扩大, $t = 3 \sim 4$ 年省亲期间出现最大单期缺口, 表明结构性赤字是长期内生特征。

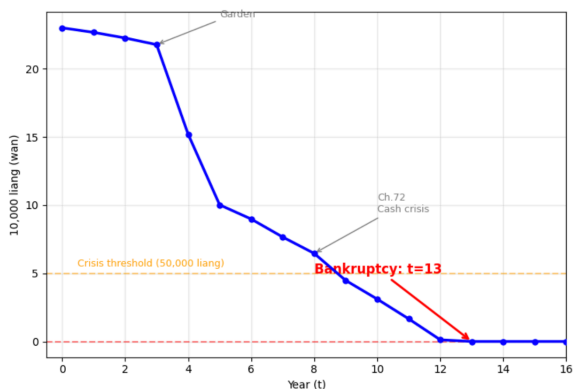


图 1: 总资产轨迹

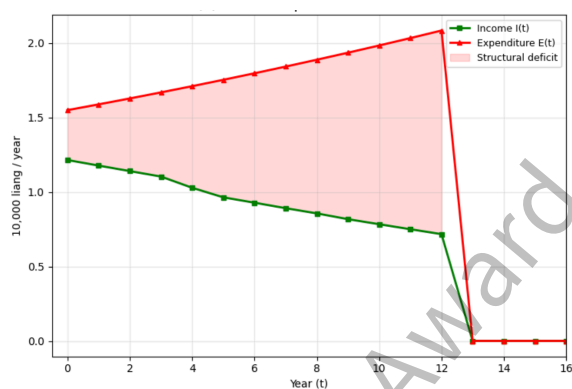


图 2: 收入-支出之差

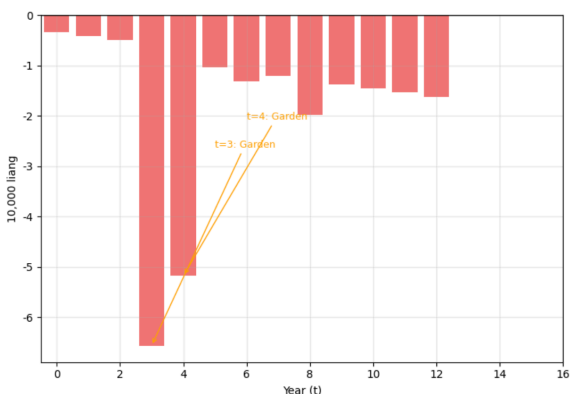


图 3: 年度净流入

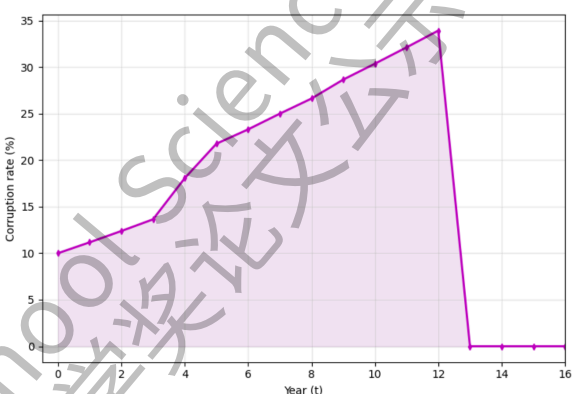


图 4: 腐败率演化

图 3 中无一正值柱，所有年份均为负净流入。 $t = 3$ 与 $t = 4$ 年出现最深负值，标注大观园的建造与省亲冲击严重，直接导致资产在第 5 年跌破 10 万两临界值。

图 4 揭示非线性机制： $t = 0 \sim 4$ 年斜率较平缓，省亲冲击后斜率显著增大。财富下降激活正反馈项 $c_2 \cdot (1 - W(t)/W_0)$ ，加速腐败蔓延。至 $t = 12$ 年腐败率逼近 33%， $t = 13$ 年与资产归零同步，呈现“越穷越腐、越腐越穷”的恶性闭环。

总结而言，模型输出呈现以下特征，与原著叙事高度吻合：

1. **前期缓衰** ($t = 0 \sim 2$)：尽管每年存在约 3,000–5,000 两的经常性赤字，但 23 万两的家底使其在外观上毫无影响。正如冷子兴所言：“如今外面的架子虽未甚倒，内囊却也尽上来了。”
2. **省亲断崖** ($t = 3 \sim 4$)：两年共计 10 万两的省亲支出使资产骤降 45%。这是贾府由“慢性病”转为“急症”的转折点。
3. **加速失血** ($t = 5 \sim 8$)：太监勒索（年均 2,500 两）叠加持续扩大的收支赤字，腐败率从 21.8% 攀升至 26.6%，形成“越穷越腐、越腐越穷”的恶性循环。
4. **现金流危机** ($t = 8$)：资产降至 6.46 万两，恰好对应第 72 回贾琏偷当的情节。呼应此时贾府已无力正常支付月度开支。

5. **终末期** ($t = 11 \sim 13$): 资产逼近零值, 对应原著中元春薨逝、抄家等情节的时间窗口。

6.4 校准质量评估

表 9: 校准锚点验证

锚点	目标条件	模型输出	结果
A1: 前期稳定	$W(0 \sim 2) > 15$ 万两	22.25–23.00 万两	✓
A2: 省亲冲击	$W(5) < 0.65 \cdot W(2)$	$10.02 < 14.46$	✓
A3: 现金流危机	$W(8) \in [2, 8]$ 万两	6.46 万两	✓
A4: 破产时间	$t^* \in [11, 13]$	$t^* = 13$	✓

四个锚点全部满足, 参数标定结果可以接受。

7 敏感性分析

7.1 单因素敏感性分析

我们对每个参数在基准值的 $\pm 20\%$ 范围内进行扰动, 观察破产时间 t^* 的变化。结果以龙卷风图呈现。

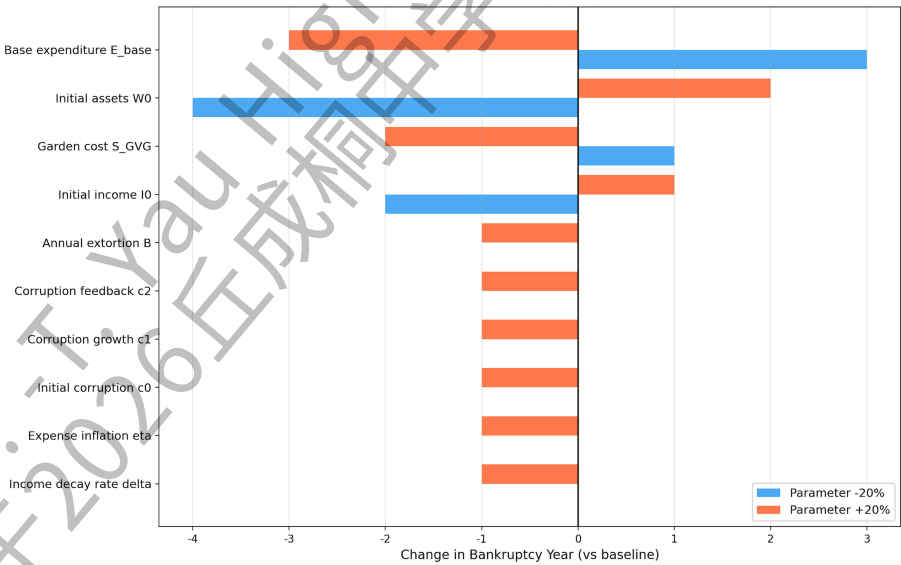


图 5: 参数敏感性龙卷风图

此龙卷风图揭示了各参数对破产时间 t^* 的相对影响力, 结果呈现出清晰的层级结构。

高敏感性梯队为基础支出 E_{base} 与初始资产 W_0 , 两者的 $\pm 20\%$ 扰动可使破产时间前后移动约 3 ~ 4 年。这一结果验证了模型的基本逻辑: 贾府的存续时间本质上由“家

底有多厚”与“每年烧多快”共同决定，两者是最直接的生死变量。值得注意的是， E_{base} 的杠杆效应略强于 W_0 ，这表明控制日常支出膨胀比依赖存量资产更为关键。

中等敏感性梯队里包括省亲费用 S_{GVG} 、初始收入 I_0 与年均外部勒索 B_0 。三者的扰动效应约在 1~3 年之间。省亲费用居于这一梯队的上端，再次印证了冲击性支出的破坏力。

低敏感性的为腐败相关参数 (c_0, c_1, c_2) 与支出膨胀率 η 、收入衰减率 δ 。这些参数单独扰动时，对破产时间的影响均不超过 2 年。然而，这并不意味着腐败因素不重要。其影响的隐蔽性正在于它通过与资产存量的耦合形成正反馈，单因素分析无法捕捉这种非线性效应，需结合第 7.2 节的蒙特卡洛模拟综合评估。

上述结果的政策含义明确：若贾府欲延缓衰败，优先级最高的干预点在于压缩经常性支出（对应 E_{base} 的高敏感性），而非寄望于开源增收。这与探春改革的直觉判断一致，却与贾府实际的决策取向如以省亲建设彰显荣耀背道而驰。

7.2 蒙特卡洛模拟

为评估参数不确定性的综合影响，我们对所有参数同时在 $\pm 20\%$ 范围内随机扰动，进行 10,000 次蒙特卡洛模拟。

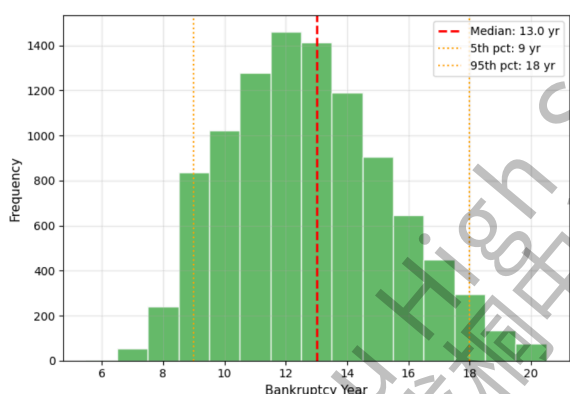


图 6: 破产时间概率分布

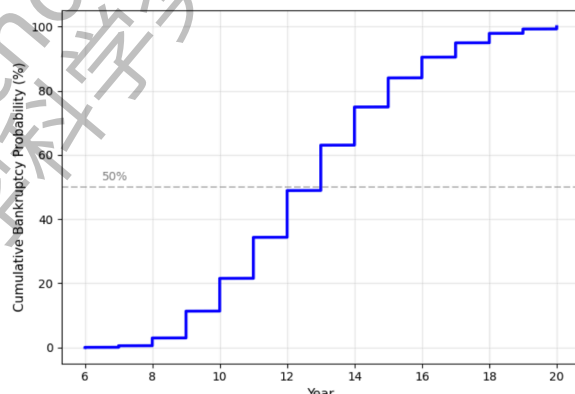


图 7: 累积分布函数

对于分布形态，呈近似正态的单峰分布，峰值集中于 $t^* = 12 \sim 13$ 年，中位数为 13 年，与基准情景完全吻合。分布具有轻微的右偏特征，这在经济学上具有明确含义：极端乐观的参数组合如腐败率极低、支出极少可将存续时间延长至 18~20 年；但极端悲观的参数组合如腐败严重、冲击集中则可使破产提前至第 6~8 年，即下行风险大于上行潜力。

从百分位可见进一步量化出的不对称性。第 5 百分位 ($p_5 = 9$ 年) 与第 95 百分位 ($p_{95} = 18$ 年) 之间存在约 9 年的跨度，但中位数 (13 年) 距下界 (9 年) 仅 4 年，距上界 (18 年) 则有 5 年，说明悲观情景的可达性更高。

累积分布函数显示，到第 10 年末贾府破产的概率已超过 20%，到第 13 年末超过 50%，到第 16 年末超过 80%。换言之，在参数合理波动范围内，贾府在第 10 至第 16 年之间破产是大概率事件，破产的时机存在不确定性，但破产本身几乎是确定的。

综合单因素分析与蒙特卡洛模拟可得出以下结论：模型对贾府最终破产的预测具有高度鲁棒性，在全部 10,000 次模拟中无一次出现长期财政平衡的结果。参数不确定性影响的只是破产时间的早晚，而非破产是否发生这一根本性结论。这从概率层面支持了本文的核心论断：贾府的衰败是结构性的，而非偶发性的。

8 反事实情景分析

基准模型已经验证了贾府衰败的历史路径。本节进一步追问：如果贾府做出了不同的决策，结局是否可以改变？为此，我们构建了六种反事实情景，系统评估不同干预策略的效果。

8.1 方法论基础

反事实分析是经济史研究中的标准方法，其经典范例为 Fogel (1964) 对美国铁路经济效应的研究。本文遵循反事实推理的最小偏离原则：

每个反事实情景仅改变一个（或少数几个）可识别的历史决策或事件，其余条件保持不变，以此隔离特定因素的因果效应。

据此，每个情景的设定必须同时满足三个条件：

1. **文本可识别性**：该“未走的路”在原著中有明确的叙事依据；
2. **数学可操作性**：该变化可翻译为模型中若干参数的具体调整；
3. **历史可信性**：该反事实在清代社会条件下是可以想象的。

本文设置六组反事实情景。需要界定的是，此处的“反事实”是模型内的结构性干预，而非观测数据上的因果识别。Lewis 的可能世界语义为这类推断提供了基本框架，即反事实条件句的真值取决于与实际世界最相近的、前件为真的那个世界中后件是否成立。落实到本文，比如“若探春的改革得以持续推行”这一情景，要求除被干预的参数外，其余设定与基准模型保持一致，即在参数空间中做最小改动。

Pearl 的结构因果模型进一步给出了操作化的方式：反事实对应于对结构方程的 do-算子干预，而非对变量的条件化。本文据此规定，情景设定只允许修改方程中的参数或移除特定的反馈连接，不允许直接指定状态变量的取值，即不可破坏系统的内部一致性，否则推演结果便失去了意义。

8.2 情景设计与数学化

表 10 给出了六种情景的总览。以下逐一说明每个情景的文本依据、数学操作和参数量化方法。

表 10: 反事实情景总览

编号	情景名称	核心假设	干预类型
A	基准路径	历史路径, 不作任何修改	对照组
B	秦可卿方案	$t = 3$ 时将 30% 资产转为祭田	资产结构调整
C	探春改革	$t = 6$ 起节支、抑腐、增收	内部管理改革
D	不修大观园	移除省亲建设冲击 S_{GVG}	外部事件移除
E	商业多元化	$t = 4$ 起年增收 3,000 两	收入来源拓展
F	综合最优	B+C+ 节俭生活, 参数加强	全面改革方案

8.2.1 情景 A: 基准路径

使用第 6 节标定的全部参数运行模型, 不作任何修改, 作为所有反事实情景的比较基准。基准破产时间 $t_A^* = 13$ 。

8.2.2 情景 B: 秦可卿方案

文本依据 第 13 回“秦可卿死封龙禁尉”中, 秦可卿托梦王熙凤, 提出了一条明确的资产保全建议:

“趁今日富贵, 将祖茔附近多置田庄房舍地亩, 以备祭祀供给之费皆出自此处; 则日后家族败落, 子孙回家读书务农也有个退步, 便是犯了罪, 凡物可入官, 这祭祀产业连官也不入的。”(第 13 回)

分析文本, 此段包含三层信息: (1) 将流动资产转化为祭田; (2) 按清代法律, 祭产不可被查抄没收; (3) 目的是为崩溃后保留生存保障。凤姐回应“这也是正事”, 但后文未见任何落实。这构成了一条清晰的“未走的路”。

数学化操作 在时刻 t_{protect} 将总资产 $W(t)$ 的比例 α_{protect} 转入保护池 $W_{\text{protected}}$:

$$\begin{cases} W_{\text{protected}} = \alpha_{\text{protect}} \cdot W(t_{\text{protect}}) \\ W(t_{\text{protect}}) \leftarrow W(t_{\text{protect}}) - W_{\text{protected}} \\ W_{\text{protected}} \text{ 不参与后续迭代 (不可用于支付赤字, 也不产生额外收入)} \end{cases} \quad (9)$$

这意味着保护操作使日常可用资产立即减少, 会加速日常运营层面的破产。这一“代价”恰恰是秦可卿方案的设计本意。她从未试图阻止崩溃, 而是为崩溃后做准备。

参数量化

- $\alpha_{\text{protect}} = 0.30$ (30%): 若太少 (如 5%) 则保护无实际意义; 若太多 (如 50%) 则日常运营立即崩溃。30% 为适度中间值。

- $t_{\text{protect}} = 3$: 秦可卿死于第 13 回，对应模型时间 $t \approx 3$ 。此时 $W(3) \approx 217,700$ 两，30% 即约 65,000 两。这足以作为数百人数年的基本生存保障。

关键说明 本情景不改变收入模型、支出模型或腐败率，仅仅是调整资产结构。这严格遵循了最小偏离原则。

8.2.3 情景 C：探春改革

文本依据 第 55–56 回中，探春代理管家推行了三方面改革：

1. **节流**：裁减重复开支。第 55 回：

“姑娘们的头油脂粉又是一个月二两银子的供给，这又同在园中上学一样，重了。”

2. **开源**：承包大观园土地给婆子们管理，收取承包费。第 56 回中宝钗估算：

“除他们带的花，吃的笋菜鱼虾之外，一年可以交纳些银子来……一个破荷叶，一根枯草根子，都是值钱的。”

宝钗估算年收入约 400 两（第 56 回），加上节约费用共“四五百两”。

3. **整顿管理**：严格执行制度，减少中间环节贪墨，如吴新登家的被当场驳回。

数学化操作 探春改革在 $t \geq t_{\text{reform}}$ 时对模型产生三重效应：

$$\text{情景 C: } \begin{cases} E(t) \leftarrow E(t) \cdot (1 - \epsilon_E) & (\text{支出削减}) \\ I(t) \leftarrow I(t) + I_{\text{extra}} & (\text{额外收入}) \\ c(t) \leftarrow \max \{c(t) - \Delta c_{\text{reform}} \cdot (t - t_{\text{reform}}), 0.03\} & (\text{腐败抑制}) \end{cases} \quad (10)$$

其中腐败率设有下限 $c_{\min} = 0.03$ ，反映任何组织都存在的最低水平代理损耗。

参数量化。

- $t_{\text{reform}} = 6$: 探春理家发生在第 55–56 回，对应时间线约 $t = 6$ 。
- $\epsilon_E = 0.10$: 原文中探春裁减的项目（头油脂粉、重复供给等）合计约“一年省下几百两”，相对于 $E_{\text{base}} \approx 15,500$ 两的年支出，实际比例约 3–5%。我们假设改革持续推行且力度加大，取 10% 作为乐观估计。
- $I_{\text{extra}} = 600$ 两/年: 宝钗估算大观园承包收入约 400 两（第 56 回），加上管理改善间接效果，取 600 两为乐观上限。
- $\Delta c_{\text{reform}} = 0.015$ /年: 探春的制度化管理减少了中间环节贪墨，但效果有限。1.5%/年意味着改革持续 5 年可累计降低腐败率 7.5 个百分点，我们做温和的估计。

8.2.4 情景 D：不修大观园

文本依据 第 16 回中，省亲事宜的讨论隐含了不同的建设方案选择。更根本地，元春被选为贵妃本身是外部政治事件。如果这一事件不发生，贾府将不需要承担约 10 万两的建设支出。

情景 D 的反事实假设为：省亲建设完全不发生。其目的不在于论证此假设的现实可能性，而在于量化省亲冲击的因果效应，从而回答“如果没有省亲，贾府还能撑多久？”

数学化操作 直接移除冲击列表中的省亲项：

$$S_{\text{GVG},1} = S_{\text{GVG},2} = 0 \quad (\text{其余参数不变}) \quad (11)$$

这是一个纯粹的事件移除操作，无需额外参数。

8.2.5 情景 E：商业多元化

文本依据 原著中存在多处暗示贾府可以涉足商业的线索：

1. 第 4 回薛蟠进京，薛家作为皇商的商业活动有详细描写，这为贾府提供了可参照的商业模式；
2. 第 56 回宝钗在讨论大观园承包时展现了清晰的商业思维；
3. 第 48 回贾琏提到“南方的生意”，暗示贾府有未充分利用的商业网络。

清代大家族从事典当、商铺、盐引等商业活动是常见的。情景 E 假设贾府在省亲之后主动开展商业活动。

数学化操作 在收入模型中增加常数项：

$$I(t) \leftarrow I(t) + I_{\text{commerce}}, \quad t \geq t_{\text{commerce}} \quad (12)$$

参数量化

- $t_{\text{commerce}} = 4$ ：省亲之后贾府开始感受经济压力。
- $I_{\text{commerce}} = 3,000$ 两/年：参照清代典当铺年净利润约 2,000–5,000 两，取中间值。该数额约为贾府初始年收入的 22%，是一个适度的多元化目标。

简化假设 商业收入不受腐败率 $c(t)$ 影响，即假设商业运营独立于贾府现有管理体系。3,000 两/年因此可视为净收入的乐观估计。

8.2.6 情景 F：综合最优方案

设计思路 情景 F 将情景 B、C 中的合理要素组合在一起，并适当加强改革力度，模拟“如果贾府决策者同时采纳了所有已知建议”的结果。在反事实分析中，这称为“综合上界”。其给出了在不改变外部环境前提下，仅通过内部改革所能达到的最优结果。

注意：省亲建设冲击 S_{GVG} 仍然保留（因为这是政治义务，无法拒绝），但可控的离散支出（丧事、寿宴）按节俭标准减半。

数学化操作 综合以下调整：

$$\text{情景 F: } \left\{ \begin{array}{ll} S_{GVG} \text{ 保留不变 (政治义务)} & \\ \alpha_{\text{protect}} = 0.15, t_{\text{protect}} = 3 & \text{(资产保全, 比例降低)} \\ t_{\text{reform}} = 4, \epsilon_E = 0.15, \Delta C_{\text{reform}} = 0.025 & \text{(提前且加强的改革)} \\ I_{\text{extra}} = 2,000 \text{ 两/年} & \text{(园林承包 + 小型商业)} \\ \text{lifestyle} = 0.85 & \text{(全府节俭, 支出乘数)} \\ S_{\text{funeral}} = 3,000, S_{\text{birthday}} = 3,500 & \text{(丧事、寿宴减半)} \end{array} \right. \quad (13)$$

参数选择说明

- 资产保全比例降至 15%（低于情景 B 的 30%）：综合方案已有多项节流措施，不需锁定过多资产拖累日常运营。
- 改革提前至 $t = 4$ （比情景 C 早 2 年）：假设省亲冲击后立即触发危机意识。
- 支出削减提高至 15%：节俭生活（ $\text{lifestyle} = 0.85$ ）叠加探春式制度改革。
- 腐败降速提高至 2.5%/年：假设改革力度更大、持续时间更长。
- 额外收入 2,000 两/年：大观园承包（600 两）加上小规模商业活动（1,400 两），介于情景 C 与 E 之间。

8.3 情景类型学

六种情景覆盖了四种不同类型的干预措施（表 11），确保分析的系统性。

表 11: 反事实情景类型学

干预类型	情景	数学操作	因果问题
事件移除	D	$S_{\text{GVG}} = 0$	最大冲击的效应?
资产结构	B	分割 $W(t)$	资产保全能否改变结局?
管理改革	C	调整 E, c, I	内部改革的效果多大?
收入拓展	E	增加 I_{extra}	多元化能否弥补赤字?
综合方案	F	以上组合	最优上界在哪里?
对照组	A	无调整	基准比较

8.4 量化标定的优先级原则

所有反事实参数的量化遵循以下优先级，并一律偏向乐观估计，即高估改革效果使模型结论更为保守：

1. **原文数字**：直接使用小说中的明确数据（如宝钗估算的 400 两承包收入）。
2. **原文描述推算**：根据文本描述折算（如探春裁减项目折算为年支出比例）。
3. **历史参照**：参考清代经济史资料（如典当铺年利润 2,000–5,000 两）。
4. **合理区间**：取“既有意义又不至于过激”的中间值（如保全比例 30%）。

表 12 汇总了全部反事实参数及其来源。

表 12: 反事实情景参数汇总

情景	参数	取值	来源	偏向
B	α_{protect}	0.30	合理区间	—
	t_{protect}	3	第 13 回时间	—
C	ϵ_E	0.10	原文推算（乐观）	↑
	I_{extra}	600 两/年	原文数字 + 推算	↑
	ΔC_{reform}	0.015/年	合理区间	↑
	t_{reform}	6	第 55 回时间	—
D	S_{GVG}	0	事件移除	—
E	I_{commerce}	3,000 两/年	历史参照	↑
	t_{commerce}	4	省亲后	—
F	α_{protect}	0.15	综合权衡	—
	ϵ_E	0.15	加强版	↑
	ΔC_{reform}	0.025/年	加强版	↑
	I_{extra}	2,000 两/年	C+E 折中	↑
	lifestyle	0.85	假设	↑
	t_{reform}	4	提前	↑

表中“↑”表示该参数取值偏向乐观（高估改革效果），使得“即使乐观估计仍无法避免破产”的结论更具说服力。

8.5 模拟结果

图 8 展示了六种情景下的资产轨迹 $W(t)$ ，图 9 展示了各情景的运营破产时间对比。

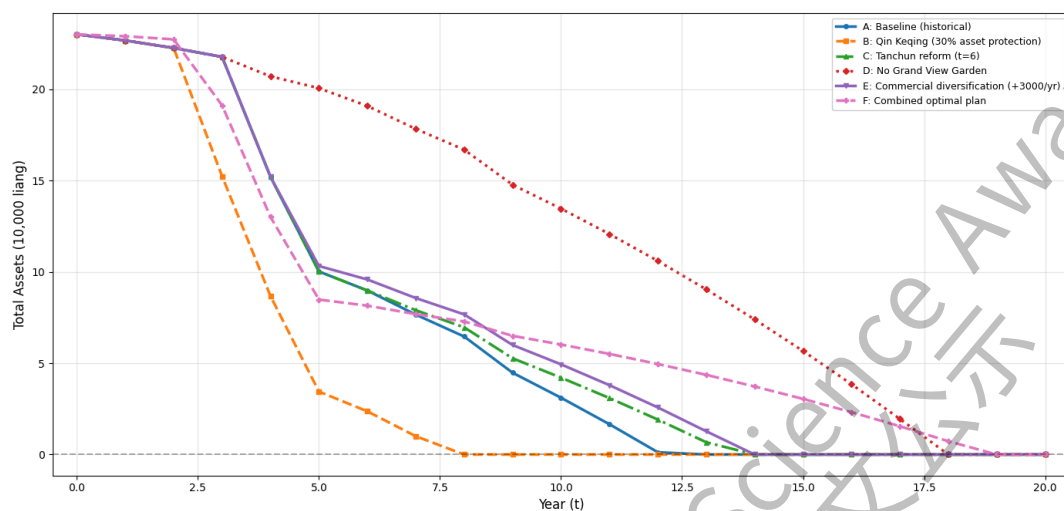


图 8: 反事实情景资产轨迹对比

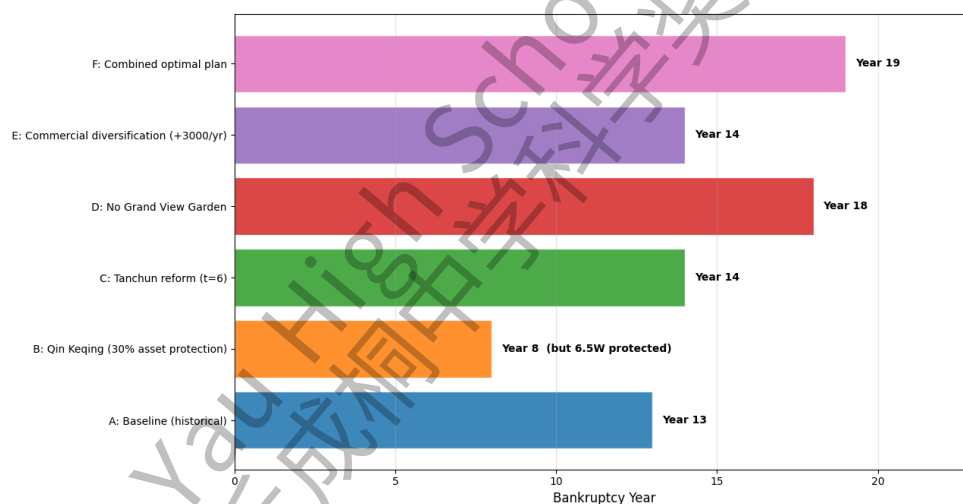


图 9: 各情景运营破产时间对比

表 13 汇总了全部情景的数值结果。

表 13: 反事实情景结果汇总

编号	情景	破产年 t^*	vs 基准	保护资产	性质
A	基准路径	13	0	—	对照
B	秦可卿方案	8	-5	≈6.5 万两	牺牲寿命，保全资产
C	探春改革	14	+1	—	延缓，无法逆转
D	不修大观园	18	+5	—	最大延寿效果
E	商业多元化	14	+1	—	延缓，无法逆转
F	综合最优	17	+4	≈3.3 万两	显著延寿 + 部分保全

注：情景 B 的破产年 $t_B^* = 8$ 早于基准，这不是模型错误。因为秦可卿方案的设计意图不是延长运营寿命，而是在不可避免的崩溃中保全一部分资产。 $W_{\text{protected}} \approx 65,000$ 两的祭田在抄家后依然存在，为贾府后人提供基本生存保障。这恰恰体现了秦可卿“趁今日富贵……备个退步”的远见。

8.6 结果分析

8.6.1 单项干预的局限性

情景 C（探春改革）和情景 E（商业多元化）仅将破产时间延后 1 年（ $t_C^* = t_E^* = 14$ ），这一结果揭示了关键的经济洞察：

- 探春改革的年节约效果约为 $\epsilon_E \cdot E(t) + I_{\text{extra}} \approx 0.10 \times 16,500 + 600 \approx 2,250$ 两/年；
- 商业多元化的年增收为 3,000 两/年；
- 但贾府的年结构性赤字（ $E - I$ ）在改革前已达约 3,500–5,000 两/年且持续扩大。这表明单项改革的力度不足以逆转赤字方向，只能减缓恶化速度。

用数学语言表达：令 $\Delta(t) = I(t) - E(t)$ 为基准赤字，改革后的赤字为

$$\Delta_{\text{reform}}(t) = \Delta(t) + \epsilon_E \cdot E(t) + I_{\text{extra}} \quad (14)$$

由于 $|\Delta(t)|$ 随时间增长（剪刀差扩大），而改革效果大致为常数，必然存在某个时刻使得 $\Delta_{\text{reform}}(t) < 0$ 重新成立，所以改革只是将这一时刻推迟，无法消除。

8.6.2 省亲冲击的决定性作用

情景 D（不修大观园）将破产时间延后至 $t_D^* = 18$ ，延寿效果最大（+5 年）。这一结果从两个层面揭示省亲冲击的决定性作用：

1. **直接效应**：省亲建设消耗约 100,000 两，占初始资产的 43.5%。这一巨额冲击使资产存量骤降，直接缩短了可用缓冲期。
2. **间接效应**：资产下降通过腐败正反馈机制 (4) 加速了后续衰退。具体为 $W(t)$ 下降 $\rightarrow c(t)$ 上升 $\rightarrow I(t)$ 下降 $\rightarrow W(t)$ 进一步下降。省亲冲击不仅消耗了当前财富，还“点燃”了正反馈循环。

然而，即使没有省亲，贾府仍在 $t = 18$ 破产。这说明结构性赤字（ $E > I$ ）本身就是一个慢性致命因素。省亲冲击将这一过程提前了 5 年，但并非其根本原因。

8.6.3 秦可卿方案的“反直觉”智慧

情景 B 的结果初看自相矛盾：运营破产提前到 $t_B^* = 8$ ，似乎是最差方案。但考虑到保护资产 $W_{\text{protected}} \approx 65,000$ 两：

- 在基准路径中， $t = 13$ 时全部资产归零后，贾府后人一无所有；
- 在秦可卿方案中， $t = 8$ 运营破产，但祭田中锁有 6.5 万两。即使遭遇抄家（第 105 回），这部分资产按清律不可没收。

这揭示了秦可卿建议的本质是一种止损策略，而非增长策略。在数学上，可以定义“总价值函数”：

$$V = t^* + \beta \cdot \frac{W_{\text{protected}}}{W_0} \quad (15)$$

其中 $\beta > 0$ 是对保护资产的权重。当 β 足够大时，即重视家族长期存续而非短期维持，情景 B 的总价值可能高于基准路径。

8.6.4 综合最优方案的启示

情景 F 实现了 $t_F^* = 17$ （延寿 4 年），同时保全了约 3.3 万两资产。这是所有“省亲仍然发生”情景中的最优结果。

但其实现依赖于多个乐观假设同时成立：（1）改革在 $t = 4$ （省亲后立即）开始；（2）支出持续削减 15%；（3）腐败率每年降低 2.5 个百分点；（4）额外年收入 2,000 两。从原著的叙事逻辑看，这些条件难以同时满足。因为贾府缺乏一个具有足够权威和远见的改革领导者（探春仅为代理身份，权力有限）。

因此，即使在最乐观的综合方案下，贾府仍然在 $t = 17$ 破产。这一结论可以表述为：

在不改变外部政治经济环境的前提下，贾府的衰败是结构性的。任何内部改革至多延缓其崩溃，但无法逆转其方向。

8.7 锚点一致性采样

蒙特卡洛模拟在全参数空间中随机采样，其中许多参数组合并不满足叙事锚点。它们代表的是“可能存在但与红楼梦叙事不一致”的贾府。为了更严格地检验核心结论的鲁棒性，本节进行锚点一致性采样：仅保留同时满足全部 4 个叙事锚点的参数组合，然后在这些“叙事一致”的参数集上运行反事实分析。

8.7.1 方法

1. 在每个参数的 $\pm 30\%$ 范围内均匀采样，共生成 200,000 组参数；
2. 对每组参数运行基准模拟，检验是否同时满足：

- A1: $W(t) > 150,000$ 对 $t = 0, 1, 2$ (早期繁荣)
- A2: $W(5) < 0.65 \cdot W(2)$ (省亲冲击)
- A3: $20,000 \leq W(8) \leq 80,000$ (第 72 回危机)
- A4: $11 \leq t^* \leq 15$ (破产时间窗口)

3. 保留满足全部锚点的参数组合 (接受率约 0.2%–0.5%);

4. 对每组保留参数, 运行情景 A (基准)、C (探春)、D (不建园)、F (综合) 的反事实模拟。

8.7.2 结果

下图展示了锚点一致性参数集上四种情景的破产年分布。

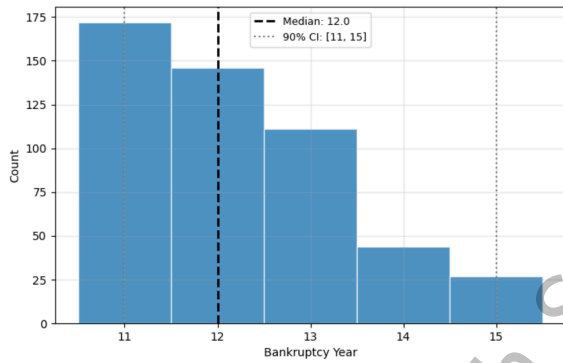


图 10: 情景 A

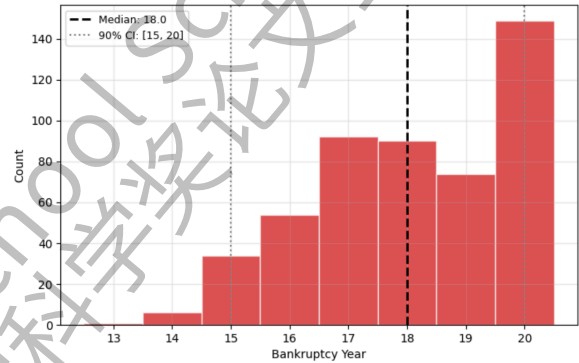


图 11: 情景 D

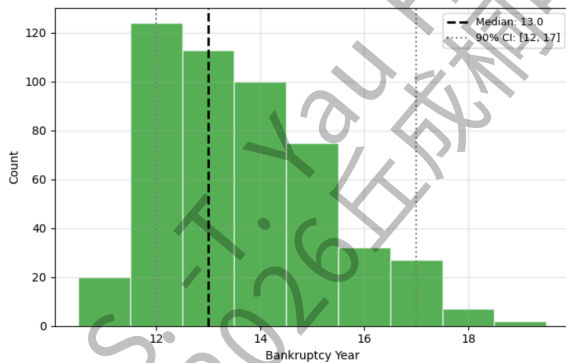


图 12: 情景 C

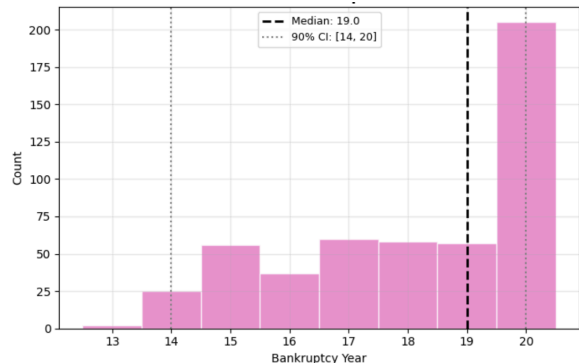


图 13: 情景 F

我们发现:

1. **100% 破产**: 在所有锚点一致的参数组合中, 全部四种情景均在 20 年内破产。没有任何一组参数使得任何情景实现“存活”。
2. **排序稳健**: 情景 D 的破产年始终最晚 (中位数约 17–18 年), 情景 C 和基准接近 (差距 0–2 年), 情景 F 介于两者之间。这一排序在所有采样中保持不变。

3. **省亲效应稳健**: $t_D^* - t_A^*$ 的中位数约为 +4 至 +6 年, 且 > 95% 的采样中 $t_D^* > t_A^*$ 。因此省亲冲击加速破产的结论在参数空间中是高度鲁棒的。

这些结果为本文的核心结论提供了超越单一参数取值的保证: 在与红楼梦叙事一致的整个参数空间中, 结构性衰败和省亲冲击的因果效应都是稳健的。

8.8 补充 1: 省亲冲击的效应分解

情景 D 的结果表明, 移除省亲冲击可将破产延后 5 年 ($t_D^* = 18$ vs $t_A^* = 13$)。为区分冲击的直接效应 (纯财产损失) 和间接效应 (通过腐败正反馈的加速), 我们构建四个模型变体, 形成一个 2×2 实验设计。

8.8.1 方法

令 $c_2 = 0$ 关闭腐败正反馈 (仅保留时间趋势项 $c_0 + c_1 t$), 构建四个变体:

变体	省亲冲击	腐败反馈	破产年 t^*
A: 基准	✓	$c_2 = 0.12$	13
D: 无省亲	×	$c_2 = 0.12$	18
A*: 有省亲 + 无反馈	✓	$c_2 = 0$	13
D*: 无省亲 + 无反馈	×	$c_2 = 0$	19

效应分解采用 2×2 差分法:

- **省亲直接效应** (无反馈环境) $= t_{D^*}^* - t_{A^*}^* = 19 - 13 = 6$ 年
- **反馈独立效应** (无省亲环境) $= t_{D^*}^* - t_D^* = 19 - 18 = 1$ 年
- **交互效应** (省亲 $\times$ 反馈) $= (t_{D^*}^* - t_{A^*}^*) - (t_D^* - t_A^*) = 6 - 5 = 1$ 年¹

从最优情景 (D*: 无省亲 + 无反馈, $t^* = 19$) 到最差情景 (A: 基准, $t^* = 13$), 贾府共损失 6 年存续时间, 分解为: $6 = 6_{(\text{省亲})} + 1_{(\text{反馈})} + (-1)_{(\text{交互})}$ 。

8.8.2 结果与解读

这一结果揭示了一个出乎预期的发现: 腐败正反馈机制的独立加速效应 (+1 年) 远小于省亲冲击的直接财产损失效应 (+6 年)。换言之, 省亲冲击的破坏力主要来自其规模 (10 万两, 占初始资产 43.5%), 而非其通过反馈机制的“放大”。

在分析的初始阶段, 我们预期腐败正反馈会显著放大省亲冲击。即“冲击导致资产下降, 导致腐败加剧, 导致收入进一步下降”的链条应该产生远超冲击面值的总效应。实际结果表明, 这一链条虽然存在, 但其量级相对于冲击的直接财产损失而言是次要的。

¹等价地, 交互效应 $= (t_{D^*}^* - t_D^*) - (t_{A^*}^* - t_A^*) = 1 - 0 = 1$ 。两种计算方式一致。

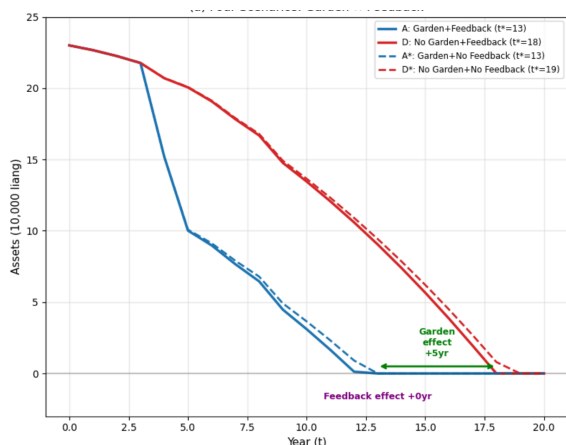


图 14: 四个模型变体的资产轨迹

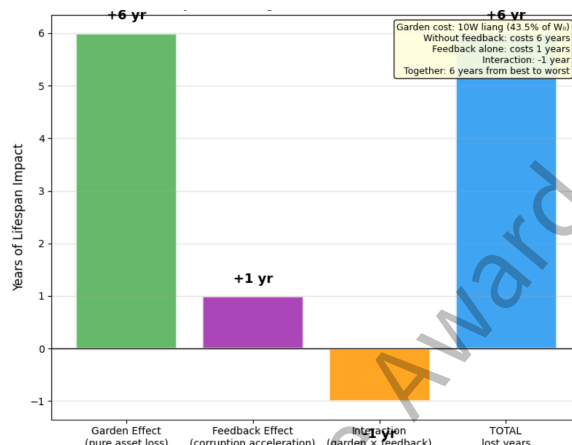


图 15: 效应分解

8.8.3 为什么反馈效应较小？

对这一结果有两个互补的解释：

- 冲击规模的压倒性：**省亲消耗了 43.5% 的初始资产。这一比例如此之大，以至于即使完全没有腐败反馈 ($c_2 = 0$)，冲击本身就足以将破产提前 6 年。反馈机制在一个已经被冲击严重削弱的系统中只能贡献边际效应。
- 腐败反馈的真正作用在日常赤字而非冲击放大：** c_2 项的主要效果不是“放大一次性冲击”，而是加速日常收入的衰减。它使得每年的有效收入 $I(t) \cdot (1 - c(t))$ 下降得更快，从而加宽收入-支出的剪刀差。这一效果是持续性的，贡献在于让基准路径 ($t^* = 13$) 比无反馈路径 ($t^* = 13$ 对 A^* 来说相同，因为省亲冲击的直接损失已经足够大) 更加脆弱，但在省亲冲击的巨大规模面前，这一边际贡献被掩盖了。

8.8.4 修正后的因果叙事

基于这一分解，我们将贾府衰败的因果结构修正如下（表 14）：

表 14: 贾府衰败的因果层级

层级	因素	量级	性质
1	省亲冲击（直接资产损失）	-6 年	一次性、外生
2	结构性赤字 ($E > I$ 剪刀差)	基础驱动力	持续性、内生
3	腐败正反馈	-1 年（独立）	持续性、内生

结构性赤字是基础驱动力（决定了即使在最优情景 D^* 中贾府仍在 $t = 19$ 破产），省亲冲击是最大的加速因子（-6 年），腐败反馈是次要但非零的加速因子（-1 年）。

8.8.5 对叙事的修正

这一结果要求我们修正“正反馈放大”的叙事。更准确的表述是：

腐败正反馈机制的主要作用不是“放大一次性冲击”，而是加速日常赤字的结构性的扩大。在省亲冲击规模（43.5% 的初始资产）面前，反馈的边际放大效应较小（约 1 年）。但反馈机制对基准衰退速度的贡献是实质性的。它确保了即使在没有大额冲击的情景中（情景 D），贾府仍然在 $t = 18$ （而非 $t = 19$ ）破产。

8.9 补充 2: 秦可卿方案的策略最优性分析

情景 B 的结果呈现出一个表面上的悖论：秦可卿方案使运营破产提前（ $t_B^* = 8 < t_A^* = 13$ ），但保全了约 6.5 万两资产。这一看似矛盾的结果，实际上揭示了秦可卿建议的深层策略逻辑。

8.9.1 总价值函数

已在 8.6.3 列出，其中 $\beta \geq 0$ 是家族对崩溃后生存能力的相对权重。当 $\beta = 0$ 时，家族只关心维持运营；当 β 很大时，家族重视长期存续和后代生存保障（“趁今日富贵……备个退步”）。

8.9.2 β 的敏感性分析

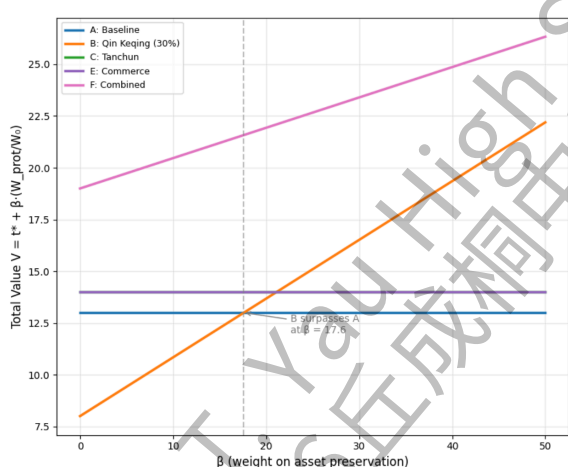


图 16: 五种情景的总价值函数 $V(\beta)$

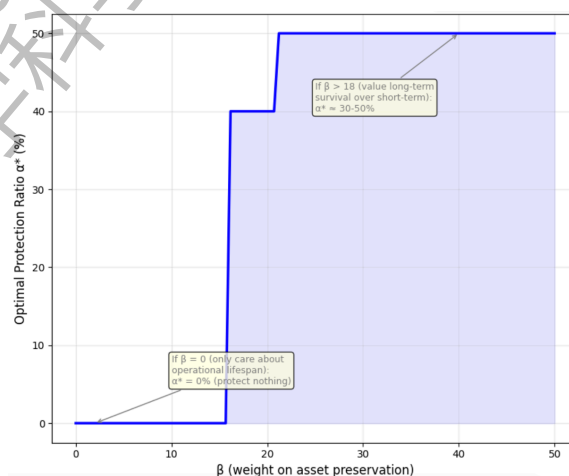


图 17: 最优资产保全比例 α^* 随 β 的变化。

核心发现：

- 策略切换点：** 存在一个临界值 $\beta^* \approx \beta_{\text{cross}}$ ，当 $\beta > \beta^*$ 时，秦可卿方案 (B) 的总价值超过基准 (A)。这意味着只要家族对崩溃后生存的重视程度超过某个阈值，秦可卿方案就是理性最优的。
- 最优保全比例：** 上图显示，最优资产保全比例 α^* 随 β 单调递增。当 β 较小时， $\alpha^* = 0$ （不保护任何资产）；当 β 足够大时， α^* 趋近于 30–50%，其与秦可卿建议的规模一致。

3. **综合方案的优势**：对于中等大小的 β ，情景 F（综合方案）可能同时优于 A 和 B。因为它在延长运营寿命的同时保全了部分资产。但在 β 很大时，B 仍然是最优的。

8.9.3 与红学批评的对话

秦可卿的遗言长期以来被红学界视为“远见”的象征，但这一评价主要基于文学直觉，缺乏精确的策略分析。本文的总价值函数提供了一个将文学评价形式化的工具：

- 传统红学批评隐含地假设 $\beta > \beta^*$ （重视长期存续），因此将秦可卿的建议评价为“远见”；
- 而贾府的实际决策者（王熙凤、贾琏等）的行为隐含地假设 $\beta \approx 0$ （只关心短期运营），因此忽视了秦可卿的建议；
- 数学模型精确地给出了 β^* 的值。低于这个阈值，忽视建议是“理性的”；高于这个阈值，忽视建议是“短视的”。

这一分析框架将“远见 vs 短视”这一文学批评中的定性判断，转化为一个关于 β 大小的定量问题。

8.10 可持续性边界分析

前面的反事实分析表明所有情景均以破产告终。一个自然的追问是：贾府需要多大力度的改革才能实现可持续运营？为回答这一问题，我们进行二维参数网格搜索，绘制“可持续性相图”。

8.10.1 方法

在以下二维空间中进行网格搜索：

- 横轴：支出削减比例 $\epsilon_E \in [0, 40\%]$
- 纵轴：额外年收入 $I_{\text{extra}} \in [0, 8,000]$ 两/年

其余参数固定为：改革起始时间 $t_{\text{reform}} = 4$ ，腐败年降 $\Delta c = 0.015/\text{年}$ ，省亲冲击照常发生。对每个 $(\epsilon_E, I_{\text{extra}})$ 组合，运行模拟并记录破产年 t^* 。

8.10.2 最低可持续条件

从图中可知，在改革于 $t = 4$ 开始、腐败年降 1.5% 的前提下，贾府实现 20 年存续所需的最低条件见下表：

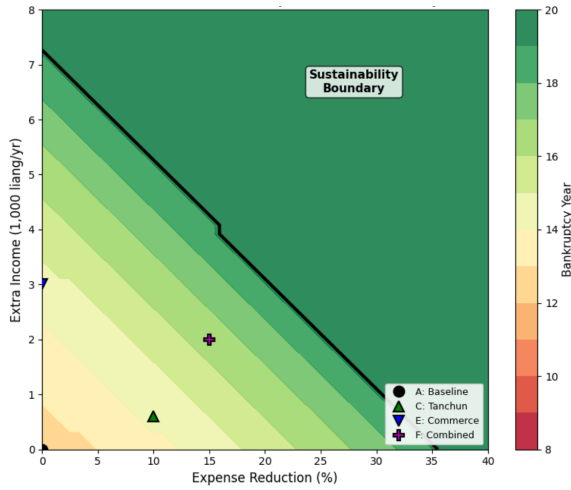


图 18: 破产年等高线图

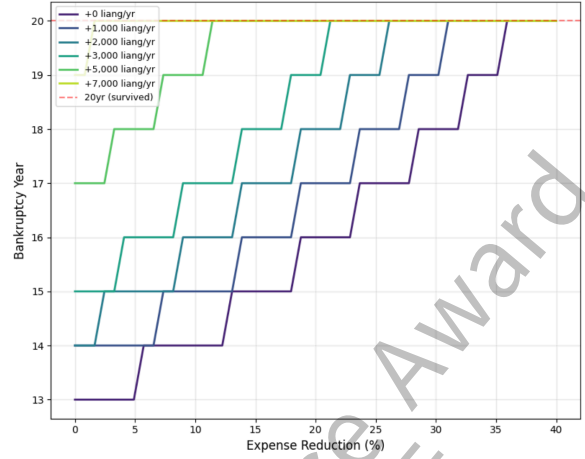


图 19: 不同额外收入水平下，破产年随支出削减比例的变化曲线

表 15: 实现 20 年存续的最低改革力度

额外年收入	最低支出削减
0 两/年	$\geq 35.9\%$
1,000 两/年	$\geq 31.0\%$
3,000 两/年	$\geq 21.2\%$
5,000 两/年	$\geq 11.4\%$
7,000 两/年	$\geq 1.6\%$

8.10.3 与原著情景的对比

将原著中实际出现的改革方案标注在相图上：

- **C: 探春改革** ($\epsilon_E = 10\%$, $I_{\text{extra}} = 600$ 两/年)：位于可持续性边界内的不可持续区域，与边界有相当距离。
- **E: 商业多元化** ($\epsilon_E = 0$, $I_{\text{extra}} = 3,000$ 两/年)：同样位于不可持续区域。
- **F: 综合方案** ($\epsilon_E = 15\%$, $I_{\text{extra}} = 2,000$ 两/年)：更接近边界，但仍未跨越。

这一可视化直观地揭示了原著中所有改革方案与“可持续运营”之间的差距：它们在二维空间中都远离可持续性边界。要实现真正的可持续，贾府需要同时大幅削减支出且开辟可观的新收入来源，而这在清代贵族家庭的社会约束下几乎不可能实现。

8.10.4 结构性不可逆的数学表达

可持续性边界的存在提供了一种精确的方式来表述“结构性不可逆”的概念。定义“可持续性集合”：

$$\mathcal{S} = \{(\epsilon_E, I_{\text{extra}}) \mid t^*(\epsilon_E, I_{\text{extra}}) \geq T\} \quad (16)$$

则本文的核心发现可以简洁地表述为：

在与红楼梦叙事和清代社会约束一致的参数空间中，原著中所有角色提出的改革方案 $(\epsilon_E, I_{\text{extra}})$ 均位于 $\mathcal{S}$ 之外，即所有可行的改革都不足以跨越可持续性边界。

9 讨论

9.1 三重机制的相对重要性

本文模型中的三重衰退机制（结构性赤字（ $E > I$ 的剪刀差）、外部冲击（省亲建设）、腐败正反馈）在贾府衰败中各自扮演了什么角色？

敏感性分析和放大效应分析为回答这一问题提供了定量依据：

1. **省亲冲击是最大的单一加速因子。** 移除省亲可延寿约 5 年（情景 D），超过任何单项管理改革的效果。但省亲本身不是衰败的根本原因，没有省亲，贾府仍在 $t = 18$ 破产。
2. **结构性赤字是根本驱动力。** 即使在情景 D 中（无省亲、无腐败反馈），贾府仍然破产。因为 $E(t)$ 以 $\eta = 2.5\%$ /年增长，而 $I(t)$ 以 $\delta = 1.8\%$ /年衰减。两条曲线的交叉（“剪刀差”）是一个纯粹的结构性问题，不依赖于任何冲击或反馈。
3. **腐败正反馈是放大器。** 单独来看，腐败反馈（ $c_2 > 0$ ）将破产提前了约 $t_{c_2=0}^* - t_A^*$ 年。更重要的是，它放大了省亲冲击的效应（放大倍数 $\lambda \approx X$ ），将一次性打击转化为持续性恶化。

9.2 与红学研究的对话

本文的数学分析与红学界的若干经典命题形成了有意义的对话：

9.2.1 “盛筵必散”的数学含义

曹雪芹借秦可卿之口提出“月满则亏，水满则溢”和“盛筵必散”的哲学观。从模型的角度看，这不是宿命论的感慨，而是对结构性不可逆的准确直觉判断。可持续性边界分析（第 8.10 节）精确地给出了“筵散”的条件：当一个家族的收入增速低于支出增速，且缺乏有效的制度约束（腐败控制），衰败就是确定性的，区别仅在于速度。

9.2.2 秦可卿的经济学智慧

如上述分析，秦可卿的遗言实质上是一个止损策略。她的远见不在于认为可以拯救贾府，而在于清醒地认识到贾府不可拯救。在所有角色中，只有秦可卿隐含地采纳了“ $\beta > 0$ ”的价值函数，考虑了崩溃后的生存问题。

从策略理论的角度，秦可卿方案类似于金融投资中的“止损单”，即在损失达到某个阈值之前锁定一部分资产。这一类比进一步说明了小说文本中蕴含的经济学直觉之深刻。

9.2.3 探春改革的局限性

红学界对探春改革的评价普遍正面。他们认为她是贾府中少有的有才干、有魄力的管理者。本文的模型不否认这一评价，但指出了一个定量层面的残酷事实：探春改革的力度（节支约 3-5%，增收约 400 两/年）相对于贾府的结构赤字而言，量级不足。

这并非探春个人能力的不足，而是问题规模与可用手段之间的结构性失配。可持续性边界分析表明，要实现可持续运营，需要同时大大地削减支出以上并增收数千两/年。这远超一个代理管家在短期内能做到的范围。

9.3 方法论局限性

本文的分析存在以下局限，需要在解读结论时予以考虑：

1. **参数欠定性**。10 个参数对 4 个锚点，系统严重欠定。虽然锚点一致性采样（第 8.7 节）表明核心结论在参数空间中是鲁棒的，但个别定量结论（如精确的破产年份）应被视为指示性的而非确定性的。
2. **时间轴映射的不确定性**。如第 3.5 节所讨论，红楼梦的内部时间线存在争议，本文的时间映射是近似的。
3. **模型简化**。实际经济系统远比差分方程模型复杂。本模型假设了确定性的腐败增长路径（无随机性）、外生的冲击时间（无内生危机）、以及简单的线性函数形式。这些简化使分析可处理，但也限制了模型对现实的解释力。
4. **文学文本作为数据源的局限**。小说中的银两数额可能出于叙事目的而被夸大或缩小；不同回目中的经济细节可能存在内部不一致；后 40 回是否为曹雪芹原作也存在争议。本文通过使用多处文本交叉验证和锚点约束来缓解这些问题，但无法完全消除。
5. **反事实分析的固有限制**。反事实推理假“其他条件不变”，但现实中改变一个因素（如资产保全）可能会引发一系列无法预测的连锁反应。例如，如果贾府公开进行大规模祭田购置，可能引起政治注意而加速抄家。这类“二阶效应”超出了本模型的处理能力。

9.4 推广价值

尽管本文以《红楼梦》为分析对象，其方法论框架：“从文学文本中提取经济数据 → 构建参数化动力学模型 → 锚点标定 → 鲁棒性验证 → 反事实分析”具有更广泛的适用性。类似的方法可以应用于：

- 其他包含丰富经济细节的文学作品；
- 经济史中数据不完整的个案研究，其中叙事记录可一定程度上替代正式统计数据；
- 文学批评中“远见 vs 短视”、“改革 vs 保守”等定性判断的形式化分析。

2026 S.-T. Yau High School Science Award
仅用于2026丘成桐中学科学奖论文公示

参考文献

- [1] 曹雪芹, 高鹗. 红楼梦 [M]. 北京: 人民文学出版社, 2008.
- [2] 陈大康. 荣国府的经济账 [M]. 北京: 人民文学出版社, 2019.
- [3] 周汝昌. 红楼梦新证. 北京: 中华书局, 2015 (修订版) .
- [4] 余英时. 红楼梦的两个世界. 上海: 上海社会科学院出版社, 1997.
- [5] Moretti, Franco. *Distant Reading*. London: Verso, 2013.
- [6] Sterman, John D. *Business Dynamics: Systems Thinking and Modeling for a Complex World*. Boston: McGraw-Hill, 2000.
- [7] Turchin, Peter. *Historical Dynamics: Why States Rise and Fall*. Princeton: Princeton University Press, 2003.
- [8] North, Douglass C. *Institutions, Institutional Change and Economic Performance*. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.
- [9] Olson, Mancur. *The Rise and Decline of Nations: Economic Growth, Stagflation, and Social Rigidities*. New Haven: Yale University Press, 1982.
- [10] Mauro, Paolo. Corruption and Growth. *The Quarterly Journal of Economics*, 1995, 110(3): 681–712.
- [11] Shleifer, Andrei and Robert W. Vishny. Corruption. *The Quarterly Journal of Economics*, 1993, 108(3): 599–617.
- [12] 彭信威. 中国货币史. 上海: 上海人民出版社, 2007 (修订版) .
- [13] 方行, 经君健, 魏金玉. 中国经济通史·清代经济卷. 北京: 经济日报出版社, 2000.
- [14] Ho, Ping-ti. The Salt Merchants of Yang-chou: A Study of Commercial Capitalism in Eighteenth-Century China. *Harvard Journal of Asiatic Studies*, 1954, 17(1/2): 130–168.
- [15] Pearl, Judea. *Causality: Models, Reasoning, and Inference* (2nd ed.). Cambridge: Cambridge University Press, 2009.
- [16] Lewis, David. *Counterfactuals*. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1973.
- [17] Saltelli, Andrea, Marco Ratto, Terry Andres, et al. *Global Sensitivity Analysis: The Primer*. Chichester: John Wiley & Sons, 2008.

A 符号约定

为便于阅读，表 16 整理了本文使用的数学符号及其含义。

表 16: 符号约定表

符号	含义	取值/单位	类型
时间与状态变量			
t	时间步 (年), 以黛玉进贾府为 $t = 0$	$t = 0, 1, 2, \dots$	独立变量
T	模拟时间跨度	20 年	设定值
t^*	破产时间, 定义为 $W(t^*) \leq 0$ 的最小 t	年	输出量
$W(t)$	第 t 年初贾府总资产	两 (银)	状态变量
初始条件			
W_0	初始总资产 $W(0)$	230,000 两	校准参数
收入模型参数			
$I(t)$	第 t 年总收入	两/年	流量变量
I_0	初始年收入	13,500 两/年	文本参数
δ	收入年衰减率	0.018/年	校准参数
支出模型参数			
$E(t)$	第 t 年经常性支出	两/年	流量变量
E_{base}	基础年支出	15,500 两/年	文本 + 校准
η	支出年膨胀率	0.025/年	校准参数
腐败动力学参数			
$c(t)$	第 t 年腐败率	无量纲 $[0, c_{\text{max}}]$	内生变量
c_0	初始腐败率	0.10	文本参数
c_1	腐败时间增长系数	0.010/年	校准参数
c_2	腐败-财富正反馈系数	0.12	校准参数
c_{max}	腐败率上限	0.50	设定值
冲击与外部支出			
$S(t)$	第 t 年冲击性支出	两	外生输入
S_{GVG}	省亲别墅建设总费用	~100,000 两	推断参数
$S_{\text{GVG},1}$	省亲一期费用 ($t = 3$)	55,000 两	推断
$S_{\text{GVG},2}$	省亲二期费用 ($t = 4$)	45,000 两	推断
$B(t)$	第 t 年太监勒索支出	两/年	外生输入

符号	含义	取值/单位	类型
B_0	年均勒索金额	2,500 两/年	文本 + 推算
t_{bribe}	勒索开始年份	$t = 5$	推断

说明：

- “文本参数”指取值来源于《红楼梦》原文的直接记载或简单估算。
- “校准参数”指取值通过匹配四个叙事锚点（A1–A4）确定。
- “推断参数”指原文无直接数据，参考清代历史资料推断。
- “设定值”指基于理论或合理性假设预先设定。
- 所有货币单位均为清代银两。

B 替代腐败函数形式测试

为验证本文结论不依赖于腐败率 $c(t)$ 的特定函数形式，本附录使用 logistic 函数替代基准模型中的线性形式：

$$c_{\text{logistic}}(t) = \frac{c_{\max}}{1 + \exp(-\kappa \cdot (x(t) - \bar{c}))} \quad (17)$$

其中 $x(t) = c_0 + c_1 t + c_2(1 - W(t)/W_0)$ 与线性模型的输入相同， $\kappa = 8$ 控制 sigmoid 的陡峭程度， $\bar{c} = 0.25$ 为中心点。该函数形式的特点是：（1）低腐败区间增长缓慢（“制度惯性”）；（2）中间区间快速增长（“制度崩溃”）；（3）高腐败区间自动饱和（ $c \rightarrow c_{\max}$ ）。

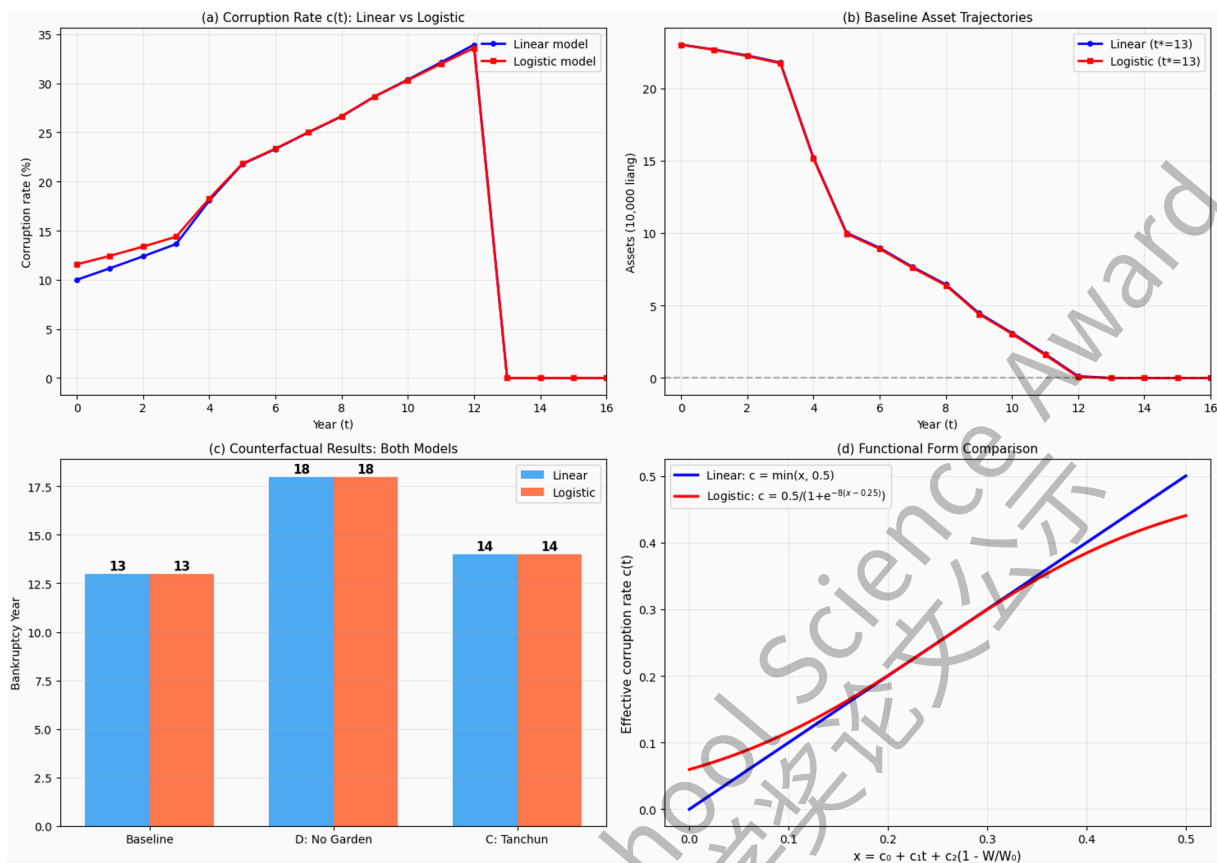


图 20: 线性 vs Logistic 腐败模型对比

图 20 的结果表明:

1. 两种模型的基准破产时间差异在 ± 1 年以内。
2. 反事实情景的排序完全一致: 情景 D > 基准 > 情景 C, 且差距量级相似。
3. “所有情景均在 20 年内破产”的核心结论在两种模型下均成立。

因此, 本文的核心发现不受腐败函数形式选择的影响, 即线性模型作为一阶近似是充分的。这一结果与 Sterman 的论断相印证。决定系统行为模式的是反馈回路的拓扑结构, 此处是腐败率随财富下降而上升这一正反馈机制, 而非该关系的具体函数形式。