

参赛学生姓名：邱子墨，赵一诺

中学：华南师范大学附属中学

省份：广东省

国家/地区：中国华南

指导老师姓名：程汉波、胡金平

指导老师单位：华南师范大学附属中学

论文题目：动态环境下多旅行商问题的启发式预测性重规划：

高层建筑火灾救援的数学决策模型

动态环境下多旅行商问题的启发式 预测性重规划： 高层建筑火灾救援的数学决策模型

学 科：数学

学 生：邱子墨 赵一诺

指导老师：程汉波 胡金平

学校：华南师范大学附属中学

二〇二六年九月

摘要

高层建筑火灾中，火势的快速演变与人员的非理性行为相互耦合，使传统依赖静态预案和现场经验的救援决策难以保证时效性与安全性。本文针对这一难题，提出一个“预测-行为-决策辅助”三模块闭环耦合的数学决策模型。

首先，基于图论将建筑空间离散为带属性的无向图模型，为后续模拟提供统一的环境表示。其次，采用 t^2 火源增长模型、热传导-对流-辐射方程描述温度场演化，运用质量守恒定律与梯度扩散理论计算烟气及一氧化碳浓度，并结合朗伯定律和消光系数得到能见度分布，从而构建离散化的火灾动态场，定义节点综合危险值与人员生命消耗成本。进而，将受困人员划分为主动逃生、盲目移动、被动等待和固定隐蔽四类行为模式，建立基于 **Softmax** 概率的异质疏散模型，模拟人员在火灾环境中的移动与存活状态。

本文的核心创新在于将救援决策转化为动态环境下的类似多旅行商问题（多名消防员从同一个出口出发，带容量约束与时间窗口救助被困人员），并在改进的 D*Lite 算法中引入“预测性边代价函数”——融合通行时间、节点未来预测危险值及引导收益奖励——使路径规划能够有一定前瞻性地避开即将恶化的危险区域；在消防员任务分配中引入两个核心机制：昏迷人员目的性救援和被困人员引导性救援。并以路径的动态重规划为基础，从多方面探索火灾救援的最佳策略。

数值模拟表明，在典型高层建筑火灾场景中，该模型较无策略的对照组，10 次重复实验的平均生还人数由 15.0 人提升至 26.0 人（存活率 50.0%→86.7%）。但有趣的是，其中过半（约 56%）的提升来自“路径引导”机制：消防员巡逻至被困人员聚集处，将规划好的安全路径交给不会自主逃生的被动型人员，使其在火势封路前自行撤离；预测项经过进一步适用领域检验，发现其在高层建筑多火源、足够的行程规模的条件下作用显著。

本研究从模型耦合到机制设计和仿真实验，模拟了高层火灾发展、人员疏散的全过程，为高层建筑火灾救援的应急决策提供了一种科学、量化而且真实的数学决策辅助分析工具。

关键词：火灾模拟；图模型；烟气扩散；异质人员行为；动态路径规划；D*Lite 算法；预测性重规划

目录

第 1 章 提出问题	1
1.1 问题背景	1
1.2 问题提出	2
1.3 问题分析	2
1.4 核心创新与文献、现状对比	4
第 2 章 模型假设	5
第 3 章 符号说明	7
第 4 章 模型建立	12
4.1 火灾救援模型概述	12
4.2 实际建筑的图模型建立	12
4.2.1 理论参考	12
4.2.2 建筑模型化分析	13
4.2.3 图模型的函数化定义	14
4.2.4 模型小结	16
4.3 火灾模型建模	16
4.3.1 火灾发展过程分析	16
4.3.2 火灾发展的建模方法	18
4.3.3 火源	18
4.3.4 温度分布场	20
4.3.5 火灾烟气模型	22
4.3.6 火灾能见度	25
4.3.7 节点危险值和生命消耗成本计算	26
4.3.8 模型小结	30
4.4 人员行为模型建模	31
4.4.1 人员行为模型概述	31
4.4.2 理论依据	31
4.4.3 个体属性定义	31
4.4.4 个体信息获取	31
4.4.5 个体行为决策	32
4.4.6 生死判定	34
4.4.7 模型小结	34
4.5 救援路径规划模型	34
4.5.1 情景设定	35

4.5.2 问题数学形式化	37
4.5.3 规划模型整体分析	42
4.5.4 路径规划数学模型建立	43
4.5.5 模型小结	49
第 5 章 模型求解	50
5.1 火灾模型的微分方程与离散化求解	51
5.1.1 火灾热释放速率	51
5.1.2 节点温度变化	51
5.1.3 节点烟气变化	56
5.1.4 节点危险值与生命消耗的计算	60
5.2 人员行为模型的求解	61
5.2.1 个体初始化	61
5.2.2 时间循环	61
5.3 救援路径规划器的求解	63
5.3.1 时间离散与状态变量	63
5.3.2 救援任务分配	63
5.3.3 动态路径规划	64
5.3.4 模型仿真实验与结果分析	65
5.3.5 多场景实验	68
5.3.6 高层多火源实验	71
5.3.6.1 实验设置	71
5.3.6.2 实验结果	72
5.3.6.3 结果分析	73
5.4 模型参数鲁棒性分析	76
5.4.1 实验设计	76
5.4.2 实验结果	77
5.4.3 结果分析	78
5.4.4 鲁棒性实验与预测项零效应的统一解释	79
第 6 章 模型评价与推广	80
6.1 模型评价	80
6.1.1 优点分析	80
6.1.2 实际效益	80
6.1.3 缺点	81
6.2 模型推广	82
6.2.1 改进方式	82
6.2.2 实际推广	82
第 7 章 结语	83
第 8 章 参考文献	84

2026 S.-T. Yau High School Science Award
仅用于2026丘成桐中学科学奖论文公示

第 1 章 提出问题

1.1 问题背景

在高层建筑普遍的时代，发生在高层建筑火灾通常造成很严重的人员伤亡和财产损失，2025 年 11 月 26 日，香港大埔区一个名为宏福苑的小区发生了一起高层住宅火灾，逐渐发展成五级大火，火势蔓延到了七栋高楼.最后有 168 人遇难，还有 11 名消防员受伤，另有 1 名消防员牺牲，这是一个非常惨痛的事故 [1].

高层建筑火灾为什么这么难处理？有以下四个主要原因.

第一，建筑结构复杂.高层建筑有很多楼层，每一层大量房间，房间之间有走廊和楼梯，还有电梯井和管道井.这些空间相互连通——一旦起火，火和烟会沿着这些通道快速扩散，因此，消防员很难快速找到火源，被困人员也很难找到安全的出口.

第二，火势难以预测.火灾并非一成不变的，会随时间演化：产生高温和浓烟，沿着楼梯间向上扩散.因此，消防员到达现场时，火势可能已经完全不同，而且他们很难提前知道哪里最危险.

第三，人员缺乏逃生知识.目前大多数住在高层建筑里的人没有受过系统的火灾演练，他们不知道安全出口的位置，也不知道应该弯腰低姿逃生.因此火灾发生时，大多数人都会非理性行动，反而会让逃生和救援更加被动.

最后也是最重要的，消防救援缺少科学规划.在真实火灾中，消防员通常凭经验进行决策，根据现场看到的情况选择救援路线.但高层建筑火灾变化很快，情况复杂，经验判断跟不上火势的变化，有时候消防员走进了危险的区域，有时候他们错过了最需要帮助的人.因此，需要设计数学模型帮助消防员做更加科学、安全的决策.

我们查阅了一些国内外的研究资料，发现目前国内外的研究主要关注两个方面：一个方面是火势的模拟预测，用计算机模拟火焰和烟气的运动；另一个方面是人员的疏散时间：计算所有人逃出建筑需要时间.但是少见同时考虑多个模型的耦合及消防员的救援任务分配和路径规划问题，因此本文在该方向深入研究.

1.2 问题提出

基于问题背景，本文提出三个具体问题：分别为火灾发展问题、人员行为问题和救援决策问题。

第一，火灾发展问题：为了给救援决策提供科学依据，需要知道火势在时间和空间上是如何变化的，火源在哪里？火源的热量有多大？温度在建筑里怎么分布？烟气从哪里产生？烟气怎么扩散？能见度会降低到什么程度？这些信息对于救援非常重要。但是，目前能收集到的真实火灾烟雾数据有限，因此本文要建立火灾发展数学模型，计算每个位置的温度、烟气浓度和能见度，并综合估计每个位置的危险值。

第二，人员行为问题。由于火灾中人员存在非理性行为，增加救援的难度，我们要预测火灾中的人会怎么行动，他们会主动逃生吗？他们会盲目乱跑吗？他们会待在原地等待吗？还是会找一个角落躲起来？不同的人有不同的行为，而这些行为都会影响他们逃生的成功率，也会影响消防员救援的方向，通过建立人员行为的概率模型，可以模拟不同类型的人的决策和移动。

第三，救援分配与决策问题（类似 MTSP 问题）。基于现实救援的需要，本文希望能通过救援路径规划数学模型，寻找一个火灾救援方案的较优解，给火灾救援提供任务分配和路径规划的科学建议。消防员应该先去哪里？他们应该先救谁？他们应该走哪条路？他们应该几个人一起行动？这些问题都需要通过数学模型计算后来科学地回答，最终实现最大化成功拯救的人数的目的。

最后，我们将以上三个模型进行耦合，让火灾发展模型提供环境信息、人员行为模型预测人员状态、救援路径规划模型进行信息决策，三个模型一起工作，才能有效提高救援效果。

1.3 问题分析

下面分别分析这三个问题的解决思路：

1. 第一个问题：火灾情况预测的分析

火灾的演变和时间、空间都有关系，因此，需要先构建建筑的拓扑结构，也就是图模型，图模型把整栋建筑变成一张图，图中的节点代表房间、楼梯间、走廊口和出口，图中的边代表门、楼梯和通道，

然后要设定火源的位置：火源是火灾的起点，火源的燃烧强度会随时间变化，可以用热释放速率来描述该变化。火源会放出热量，热量通过三种方式传播：第一种是热传导，就是热量沿着墙体传递。第二种是热对流，就是热空气和烟气流向别的地方。第三种是热辐射，就是热量以电磁波的形式向外发射。

火源还会产生烟气，烟气是燃烧不完全的产物，烟气中有有毒气体，主要是一氧化碳。还有固体颗粒，这些颗粒会降低能见度，模型需要模拟烟气的扩散速度，并计算每个位置的烟气浓度和能见度。

最后把温度、CO 浓度和能见度三个因素综合起来，给每个因素一个权重，然后加权相加，这样就能得到每个节点的危险值。危险值越高，说明该地方越危险，消防员和被困人员应该避开这些地方。

2.第二个问题：人员行为的分析

人员的行为和心理学有关，一个人在火灾中会怎么做？这取决于他周围的环境，他看到了什么？他听到了什么？他感觉到热吗？他能看清路吗？这些信息都会影响他的决策。

我们需要把人员分成不同的类型，不是所有人都会理性逃生——有些人在恐慌中会失去判断力、会跟着别人跑、会吓呆在原地、会找角落躲起来。因此，我们要根据统计资料设定四类人，第一类是主动逃生型，第二类是盲目移动型，第三类是被动等待型，第四类是固定隐蔽型，每类人都占一定的比例。

主动逃生型的人会理性地选择路径，他会选一条代价最小的路。路径代价的计算包括距离、温度和能见度。应用路径算法来计算每个方向逃生的总代价，然后选择代价最小的方向逃生。

盲目移动型的人没有明确目标，会随机选一个方向逃生，因此，这类人向每个方向的移动都是等可能的。

被动等待型的人一开始不动，待在原地等救援，但是如果环境变得太危险，超过危险值，也会被迫移动，这时候他会转变为盲目移动型。

固定隐蔽型的人会先找一个最安全的节点，最安全的节点就是温度和烟气最低的地方，他走到那个节点后就停下来，如果那个节点后来也变得危险了，他就重新再找一个安全节点。

每个时间步，模型要更新每个人的位置和生命值，人的生命值会因为高温和有毒气体而下降，如果生命值降到零，人就死亡，如果温度或 CO 浓度超过一个很高的阈值，人会立刻死亡，如果人移动到了出口，他就属于成功生还。

3.第三个问题：救援决策的分析

救援决策最重要的就是科学性和时效性，也就是说决策要有依据，不能只靠感觉，同时也要迅速高效地根据实际情况决策。

首先通过火灾模型预测整个火场的发展情况，了解每个节点在不同时间的危险值、有多少人能自己走，被困住或者昏迷了。

然后需要使用动态路径规划算法来选择最优的行动方案，在方案中，路径可以随着环境变化而改变，如果某条路突然变得很危险，算法就要重新规划一条新路。在本文中选择 $D^* Lite$ 算法，该算法很适合动态环境，不需要每次都从头计算全部路径，它只需要更新变化的部分，可以加快计算速度，适合实时救援，

还要考虑任务分配，多个消防员不能都去同一个地方，应该合理分配，昏迷的人要优先救，因为他们的生命值在快速下降，每个消防员一次最多救 1 到 2 个人，救了人之后要把人送到出口，然后再回去救别人。

最后的目标函数很简单，就是最大化成功生还的人数，通过数值测试模拟来测试该目标能不能达到。

综上所述，本文的三个问题都有明确的分析思路和建模方法，接下来会在后面的章节中详细地建立每个数学模型。

1.4 核心创新与现状对比及文献综述

表 1-1 现有研究与本文工作对比

现有研究的局限性	本文工作的原创性突破
救援任务分配缺乏动态优先级。	设计“生命值-时间窗口”的约束条件，将昏迷人员分配给能在其存活窗口期内到达的消防员，采用“路径引导”机制，启发式求解路径规划的 NP-hard 问题。
人员行为过于理想化，均选择最优路径，在实际情况中不存在。	引入恐慌因子和概率模型，同时考虑从众效应，使人员行为模拟更贴合真实统计分布规律。
路径规划基于静态最短路径，无法契合火灾发展的复杂因素。	采用动态局部规划的 $D^* Lite$ 算法，并定义预测代价函数，基于当前条件预估未来时刻的危险值，并且计算最小代价路径。
集中于单一火灾模拟（FDS）或单一的疏散	实现闭环式多模型耦合研究：火灾演化实

算法.

时影响人员决策，人员移动情况反向推动救援路径重新规划.

表 1-2 代表性文献与本文工作对比

对比方向	Ye Z N. Dynamic rescue in flames:real-time structural fire response prediction and adaptive indoor rescue path planning ^[5] .	程琪骥. 基于 BIM 与 FDS 的高层建筑火灾疏散路径优化方法 ^[19] .	茅佳艺. 基于 BIM 的高层建筑火灾救援与路径规划研究 ^[20] .	本文
研究问题	消防员的救援路径	人员自主疏散	高层火灾救援	多消防员救助+引导
火场环境	基于 CFD/FEM 的框架探索火灾的结构性相应	从 BIM 中获取数据利用 FDS 进行模拟	Revit 数据加上 FDS 模拟	自建图模型，温度场
规划方式	动态网络搜索算法	最短路径	改进 A*	D*/Lite+启发式的引导机制
多消防员协同	无	不涉及	不涉及	消防员与节点分配
人员行为	无	无	只有速度的不同，没有行为分类	有四类人员模型还有生命值
优化目标	最小化消防员救援的时间	响应时间	疏散时间	最大化成功生还人数
最终结果	使消防员降低了 45.45% 的暴露	只有定性表述	广播引导后安全时间增加	引导方法发挥显著作用，预测项有适用域

第 2 章 模型假设

在火灾发展问题中，完全符合真实情况的条件往往非常复杂且难以分析，合理地简化问题和假设模型可以增强模型的可分析性与科学性，现对模型作如下假设：

1. 建筑拓扑结构已知：建筑平面图、出入口、通风口、安全通道位置已知且可正常运转；
2. 起火源确定：起火原因和火源位置固定，在火源位置处，可燃物分布均匀；
3. 人员安排随机，人员行为类型按统计比例分布：人员初始分布位置随机，个体性别、年龄、健康情况忽略，按一定的数学期望速率进行运动；
4. 火灾研究时间离散化：以一定时间间隔将时间线分开，只研究每个时间间隔上火灾的情况。

第 3 章 符号说明

表 3-1 主要符号说明

符号	含义	单位/说明
集合与图模型		
G	建筑空间拓扑图	无向图($G = (V, E)$)
V	节点集合	包含所有建筑空间单元
E	边集合	包含所有节点间的连通关系 (与 4.3.4.1 节边类型集合 $E = \{\text{door}, \text{stair}, \text{link}\}$ 同名不同义)
v_{ij}	第(i)层第(j)个节点	
节点属性函数		
$typeN(v)$	节点空间类型	$T = \{\text{room}, \text{stair}, \text{corri}, \text{exit}\}$
$pos(v)$	节点空间坐标	$(\mathbb{R}^3)$, 单位 m
$area(v)$	节点对应空间面积	m^2
$pop_0(v)$	节点初始人员数	$\mathbb{N}^+$
$pop(v)$	节点当前人员数	
$auto(v)$	自主移动人员数	
$conk(v)$	昏迷人员数	
$trap(v)$	被困人员数	
边属性函数		
$typeE(e)$	边连通类型	$E = \{\text{door}, \text{stair}, \text{link}\}$
$t(e)$	连通类型因子	$(\text{door} = 1, \text{stair} = 2, \text{link} = 3)$
$dis(e)$	边的实际直线距离	m
火灾模拟相关		
$Q_t(t)$	火源热释放速率	kW

α	火灾增长系数	(kW/s^2) （与第 5 章代价函数权重 α 同名不同义，见下文 (α, β, γ) 行）
χ_c	对流热释放速率份数	取 0.7
$Q_c(t)$	火源对流热释放速率	kW
$T_i(t)$	节点 (v_i) 在 (t) 时刻的温度	K （符号 T 另用作节点类型集合、通过时间 T_{uv} 与总时长 T_{end} ，同名不同义）
T_0	环境初始温度	K
ρ	空气密度	kg/m^3
c_p	空气比热容	$J/(kg \cdot K)$
V_i	节点对应空间体积	m^3
η	热损失系数	0.35
σ	斯特藩 – 玻尔兹曼常数	$W/(m^2 \cdot K^4)$
ϵ	表面发射率	
A_{ij}	节点间有效传热面积	m^2
k_{conv}	热对流系数	
λ_{ij}	材料导热系数	$W/(m \cdot K)$
d_{ij}	墙体厚度	m
$\dot{m}_p$	烟气质量流量	kg/s
z	烟气释放点距火源高度	m
z_0	虚拟点源位置	m
D	火源直径	m （与引导收益 D_{uv} 同名不同义）
$k_{v \rightarrow u}$	烟气扩散系数	m/s
k_0	标准状况下扩散系数	
I	衰减后光强	
I_0	初始光强	
K	消光系数	
K_m	质量比消光系数	m^2/kg

ρ_s	烟尘密度	kg/m^3
S	能见度	m
C	标志类型常数	取 3
y_{CO}	CO 产率系数	kg/MJ 取 0.01
y_s	烟的产率 (soot yield)	kg/kg 取 0.015
ΔH_c	燃料燃烧热	kJ/g 取 25
$\dot{m}_{gen,u}(t)$	节点自身的烟气质量流量	kg/s
χ_r	辐射热释放份数	取 0.35
ε_j	火源辐射分配系数	$\sum \varepsilon_j = 1$
$T_{max,T}$	火场温度上限	1200K
危险值与生命消耗		
$F_T(u, t)$	温度危险因子	
$F_C(u, t)$	烟气浓度危险因子	
$F_S(u, t)$	能见度危险因子	
$F(u, t)$	节点综合危险值	(与消防员集合 F 同名不同义)
(w_T, w_C, w_S)	各危险因子权重	
$C_{CO}(u)$	节点(u)的CO浓度	ppm
C_m	临界CO浓度	ppm
S_0	初始能见度	m
T_m	最高危险温度	K
ΔH_{node}	节点停留生命消耗	HP
ΔH_{edge}	边移动生命消耗	HP
α_T	温度伤害系数	HP/s
α_C	烟气毒性伤害系数	HP/s
λ	体能消耗系数	HP/m
T_{uv}	通过边(uv)的移动时间	s
L_{uv}	边(uv)的长度	m

H_0	人员初始生命值	HP
人员行为相关		
U_{ij}	个体从节点(i)到节点(j)的感知代价	
$d_{j,exit}$	节点(j)到最近出口的最短路径距离	m
$v_{\max}$	最大移动速度	m/s
(T_j, S_j)	节点(j)的温度、烟雾浓度	
(T_{crit}, S_{crit})	温度、烟雾浓度临界阈值	
(φ, ν, μ)	人员感知决策权重系数	取 1.0,2.0,2.0
P_{ij}	个体选择节点(j)的概率	
救援路径相关		
F	消防员集合	$F = \{f_1, f_2, \dots, f_m\}$ (与节点综合危险值 $F(u, t)$ 同名不同义)
$pos(f_i)$	消防员(f_i)当前位置	
$C(f_i)$	消防员剩余救助容量	1 或 2 人
$x(f_i, k)$	消防员(f_i)第(k)步所在节点	
R	救援目标函数	$ R = P_{safe}(T_{end}) $
P_{safe}	成功生还人员集合	
(α, β, γ)	代价函数的三项系数	分别取 1.0,20.0,8.0
v_f	消防员移动速度	m/s
T_{end}	总模拟时长	s
路径规划与算法相关		
W_{uv}	救援条件下边的综合代价 (时间项+预测危险项+引导收益), 等于不含引导项的纯代价与引导收益之和	s
$\bar{W}_{uv}$	不含引导项的纯代价	s
D_{uv}	引导收益	$s, 0 < D_{uv} \leq \gamma$
$g(v)$	节点 v 到目标点当前代价估计	s

$\text{rhs}(v)$	基于后继节点的一步前瞻值	s
$\text{key}(v)$	优先队列排序键值	s
U	局部不一致节点优先队列	—
$h(s_{\text{start}}, v)$	启发式估计值	$s, = d(s_{\text{start}}, v)/v_f$
$s_{\text{start}}, s_{\text{goal}}$	搜索起点、目标节点	—
$N(v)$	节点 v 的后继节点集合	—
k_Q	参照路径 Q 经过的边数	本文图直径为 8, 故 $k_Q \leq 8$
Δt	仿真时间步长	取 1 s
T_{re}	任务重规划周期	取 10 s
人员状态与补充参数	人员状态与补充参数	人员状态与补充参数
P	人员集合	—
$s(p, t)$	人员 p 在 t 时刻的状态	0 主动/1 被困/2 昏迷/3 生还 /4 死亡
H_p	人员当前生命值	HP, 初值 $H_0 = 100$
H_{crit}	生命危险阈值	10 HP
t_{survive}	存活时间窗口	s
v_p	人员移动速度	m/s
T_{crit}	温度耐受阈值	K
ρ_{crit}	烟尘参考密度	kg/m^3

第 4 章 模型建立

4.1 火灾救援模型概述

火灾救援模型主要分为四个方面，首先是将真实的建筑环境抽象为可以进行运算的图模型，其次，分别对火灾的发展和人员的分布这两个影响火灾救援的重要条件进行分析模拟，最后基于以上子模型的建立，选取合适的数学函数表达救援成功率，并且采用数学方法寻找函数的最大值。

由于本模型考虑因素非常复杂，针对每一个子模型都会有相应的、独立的分析和求解过程。

4.2 实际建筑的图模型建立

在火灾模拟救援的实际问题中，真实建筑环境往往复杂多变，难以具体进行建模。况且，并不是所有建筑环境都会影响火灾的蔓延，只有部分建筑因素会对火灾的发展救援造成影响。

在传统的火场建模中，空间被分割为连续的三维网格进行烟气浓度的计算，该方法计算消耗大，且在最终的模型求解中会涉及多个复杂偏微分方程组(PDE)。但是在本文中，我们创新了这种方法，将建筑进行离散化，存储成图的形式，使得最终的模型求解变为常微分方程组(ODE)，便于我们高中生求解。

因此，为了简化建模问题，本节以多功能性综合性大厦为例，通过建筑平面图中重要的建筑因素，如房间布局、通道连接方式、门窗分布位置等，提取出具有数学建模意义的各个节点和边，并且基于现实状况合理地建立模型描述节点和边的属性，从而将真实建筑结构转化为可供计算机处理的图模型，便于后续的模拟研究。

4.2.1 理论参考

从建筑力学结构分析、设计到建筑逃生模拟，如何把实际的建筑结构用数

据进行刻画和表达是一个非常重要的问题.

BIM (Building Information Modeling) 技术通过构建三维建筑信息模型, 可以为建筑建模提供建筑结构、材料属性、设备布局等静态数据. 该技术由 Autodesk 公司在 2002 年率先提出^[2], 已经在全球范围内得到业界的广泛认可. BIM 的核心是通过建立虚拟的建筑工程三维模型, 利用数字化技术, 将各种建筑信息整合于一个三维模型信息数据库中, 使用 BIM 模型, 可以将建筑模型可视化.

基于火灾模拟的考虑, 从建筑的 BIM 模型中, 根据火灾发展模拟、疏散模拟、救援路径规划三个方面, 提取有关的建筑信息进行图的构建.

数据包括: 楼层高度、房间分布, 通道(走廊和楼梯)分布, 逃生门窗位置. 将以上数据用图论的方法进行抽象表达, 设定不同参数来衡量建筑的实际情况, 从而构建受灾建筑的图模型.

4.2.2 建筑模型化分析

根据不同建筑类型和不同空间的功能, 整体上归纳建筑的基本特征: 房间抽象为单点或多点, 可逃生门窗可抽象为单点(出口), 点之间的边代表走廊和通道.

1. 节点的设置

经过实地的调查和研究, 不难发现城市常用的建筑主要可以分为居民楼、办公楼和商场综合体这三类.

居民楼通常由 20m^2 到 200m^2 不等的相似户型构成, 每一栋楼都有多条电梯, 每一层由一户或多户共用电梯. 在居民楼的住户内, 各个房间通向客厅, 从房间到客厅的移动可以忽略不计. 因此, 将居民楼每一住户的客厅中心点抽象为一个节点.

办公楼则主要由大开间多人办公室、会议室、单间办公室组成, 将以上空间分别抽象为节点, 大办公室和会议室选取区域中心作为节点位置.

商场综合体按照一般构型主要由中庭和周围环绕的店铺构成, 则分别选取中庭中心和各个店铺中心作为节点位置.

在不同生活功能区之外, 常见建筑还有通用的结构, 如不同方向走廊的交叉口和拐点、每一层的楼梯间和电梯间、逃生大门和逃生窗等, 这些位置都分别作为节点之一.

1. 节点的设置

基于后续疏散救援建模的需要，每一个对应空间单元的节点都需要包含该节点信息：节点属性、人员属性和危险属性：

(1) 节点属性

节点的空间类型 **Node_type** 房间、交叉点、楼电梯间、出口.

面积 **area** 空间的面积.

容量 **capacity** 空间容量上限.

坐标 **position** 节点的空间坐标信息.

联通 **connect** 表示与节点相连的节点和边.

节点时间 **Node time** 火灾发生后的节点时间.

(2) 人员属性

初始人数 **Initial population** 日常该节点人员数.

实时人数 **population** 当前时刻节点人数.

(3) 节点危险属性

点危险值 **Point danger value** 当前节点当前时刻的危险程度.

2. 边和边权的设置

用图模型中的边 **Edge** 代表实际建筑空间之间的联通关系：包括走廊、上下楼梯以及房间与房间的联通（门、过渡和隔断等），建立边属性储存边的信息.

(1) 边属性

边类型 **Edge type** 水平走廊、上下楼梯、联通.

物理距离 **Length** 边的实际距离.

(2) 边危险属性

通行时间 **Transit time** 火灾发生时通过此边的用时（通行函数）.

危险边权 **Edge danger value** 当前边的危险值（通行成本），由链接节点的危险值平均计算.

3. 边权函数

边的危险值及其定义见 4.3.7 小节

4.2.3 图模型的函数化定义

以下用数学语言表达图模型，设立建筑空间拓扑图为无向图：

$$G = (V, E).$$

1. 节点集合

$$V = \{v_{11}, v_{12}, \dots, v_{ij}, \dots, v_{1m}, \dots, v_{nm}\}.$$

在每一个节点 $v \in V$ 中, i 表示第 i 楼层, j 表示本楼层的第 j 个节点, 在每一个节点上定义以下表示节点的属性函数:

(1) 空间类型:

$$\text{typeN}: V \rightarrow T, T = \{\text{room}, \text{stair}, \text{corri}, \text{exit}\}.$$

一共有房间、楼梯电梯间、岔口、出口 4 种类型

(2) 相对空间坐标 (以 m 为单位)

$$\text{pos}(x, y, z): V \rightarrow \mathbb{R}^3.$$

(3) 空间面积:

$$\text{area}: V \rightarrow \mathbb{R}.$$

(4) 初始人员数量:

$$\text{pop}_0: V \rightarrow \mathbb{N}^+.$$

(5) 当前人员属性:

$$\text{auto}: V \rightarrow \mathbb{N}.$$

$$\text{conk}: V \rightarrow \mathbb{N}.$$

$$\text{trap}: V \rightarrow \mathbb{N}.$$

分别表示自主移动、被困、昏迷人员的数量.

2. 边集合

定义节点之间的连边集合:

$$E \subseteq V \times V.$$

其中每一条边 $e = (u, v) \in E$ 表示从节点 u 到节点 v 的连通. 并在边上定义以下表示边属性的函数:

(1) 连通类型:

$$\text{typeE}: E \rightarrow \{ \text{door}, \text{stair}, \text{link} \}.$$

共有门、楼梯、通道 3 种类型

(2) 连通类型因子:

$$t: E \rightarrow \mathbb{R} \quad t(\text{door}) = 1, \quad t(\text{stair}) = 2, \quad t(\text{link}) = 3.$$

(3) 实际直线距离:

$$\text{dis}: E \rightarrow \mathbb{R}^+.$$

3. 边权函数及点危险值函数

见 4.3.7 小节中的定义.

4.2.4 模型小结

将实际建筑的拓扑图离散为无向图.节点表示房间、楼梯电梯间、岔口、出口四类关键单元,被赋予面积、容量、坐标、联通、节点时间的属性;边表示门、楼梯、通道三种连接关系,被赋予物理距离、通行时间、危险边权的属性.该模型为后续的火灾模型与人员行为模型提供统一的环境.

4.3 火灾模型建模

在对实际建筑进行图论化的建模之后,基于救援路径规划所要求的真实性和动态性,应首先对建筑的火灾发展进行数学建模,综合考虑影响火灾发展的物理过程以及火灾发展造成生命威胁的不同因素:温度场、烟气浓度、能见度三个因素.建模火灾模型,模拟火势发展、烟气生成及其扩散过程,并计算得出节点的危险值和边的通行成本.

4.3.1 火灾发展过程分析

火灾是在时间上和空间上失去控制的一种燃烧方式.

但是,火灾造成的影响不止于火源的持续燃烧,还有后续热量传递形成的局部环境温度上升、烟雾和有毒气体的流动扩散等物理过程,在数学建模中,需要综合考虑这几个因素并进行量化分析.

1.火源的燃烧条件

火源的持续燃烧需要两个条件:温度超过可燃物的燃点,有充足的氧气供应.在普通建筑的火灾中,由于电器的使用和普及,这两个条件通常非常轻易达到,因此火灾才会不断的发展.

2.热量的传导

从物理热力学角度分析,火灾中的热量传递主要有三种方式:

(1) 热传导：在相互接触的物体之间，热量主动通过高温热源传递给低温热源，在建筑火灾中主要是建筑墙体等固体之间的热传导，传导效率较低，威胁程度不大。

(2) 热对流：在火灾中，空气、烟气等流体的运动是火灾蔓延的主要动力之一。火源散发出的热烟气上升，未污染的冷空气下沉从而形成对流，快速地传递热量。

(3) 热辐射：物体由于具有温度而辐射电磁波，能向外界释放能量。辐射传热从理论上与温度的四次方成正比，而且不需要介质就可以传播，使得火灾中热辐射是主导的传热方式。

3. 烟气运动

烟气主要是由悬浮的碳颗粒和气体混合构成，其中悬浮的固体碳粒和液体碳粒称为烟粒子，是一种可吸入的颗粒物。烟气的主要化学成分有 CO_2 、 CO 、水蒸气及其他气体：氰化氢（ HCN ）、氨（ NH_3 ）、氯气（ Cl_2 ）、氯化氢（ HCl ）、光气（ $COCl_2$ ）等。

烟气的运动一般分为 4 个阶段：羽流上升、混合膨胀、天花板射流、扩散沉降，如下图所示。

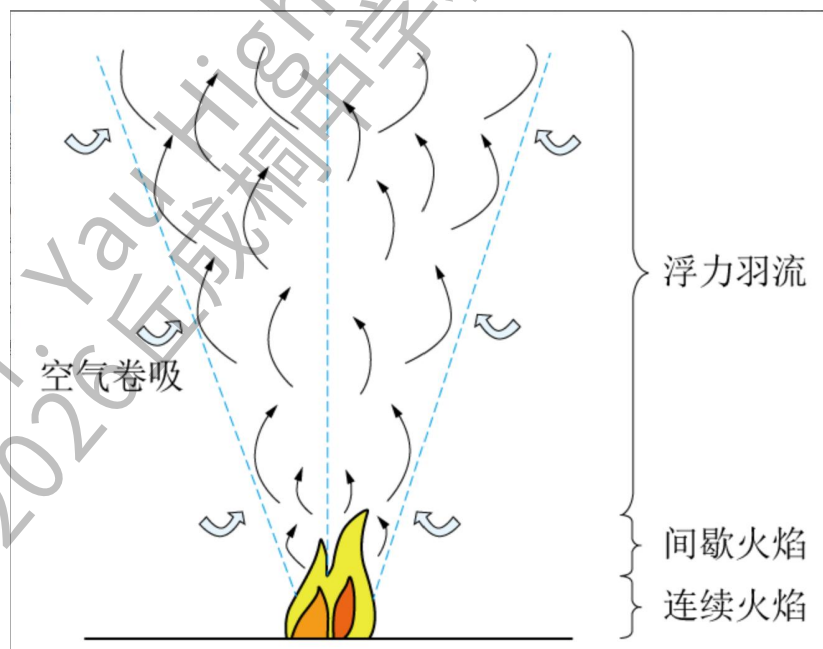


图 4-1 烟气释放示意图

羽流上升：物质燃烧或受热时，烟气温度远高于周围空气，密度变小，在重力场作用下，会受到巨大的浮力作用，产生强烈的羽流。

混合膨胀：烟气在上升过程中，会与周围冷空气发生卷吸现象，使得烟气体积迅速膨胀，温度逐渐降低，整体运动范围急剧扩大。

天花板射流：当烟气撞到天花板时，会转变为沿天花板表面呈放射性扩散的天花板射流，高温烟气最先在这里聚集并移动。

扩散沉降：随着烟气离开热源并不断与冷空气混合，其温度逐渐下降，浮力消失。当烟气的温度与环境温度趋于一致时，它不再继续上升，而是转变为中性浮力状态，开始随大气或室内的空气流动缓慢地水平扩散。烟气中的固体颗粒和液滴在失去热浮力支撑后，会因重力作用逐渐沉降，形成可见的烟雾层下降，或附着在物体表面。

4.3.2 火灾发展的建模方法

FDS (Fire Dynamics Simulator, 火灾动力学模型) 是一个计算流体动力学的有效工具，该模型通过求解 Navier-Stokes 方程，采用三维矩形网格划分计算单元，分析气体密度、温度、压力等参数变化，能够模拟火灾中热量的传递与烟气的流动^[3]。但是，此方法计算量大，不适用于多模型的耦合，因此，本文转而采用离散化的方式求解火场的情况（并在下文对离散化后的微分方程组的刚性与显式格式的适用性作讨论，但本文并没有作收敛性的检验，为缺点之一）。

从火灾发展的态势和影响来看，有几个需要进行建模的关键点：首先是火源，在火源达到燃点并发生燃烧之后，会持续不断地向外辐射能量，引起周围空气温度场的分布变化，然后是温度的变化，在火源周围会形成高温场，处于高温场的节点不适合受灾者的逃生。其次是火灾烟气，火灾烟气主要由可燃物不完全燃烧和热分解产生的产物与空气混合形成，这一类气体通常对人体有害，能在短时间内导致受灾者昏迷、中毒甚至死亡。且火灾烟气温度可高达 $700\sim 800^{\circ}\text{C}$ ，吸入高温烟气会灼伤呼吸道和器官。火灾烟气还会降低建筑内的能见度，增加救援困难，造成人员恐慌。因此，在火灾发展的建模中，着重从以上几个方面考虑，根据实际情况选取合适的模型刻画。

4.3.3 火源

在进行火灾相关危险分析时，首先需要了解火灾能量来源的情况，火源的燃烧强度通常用热释放速率（heat release rate, HRR）表示，大量的实验表明，火源的燃烧基本遵循火灾曲线发展，根据不同材料的特性，分为三个阶段：增长阶段、充分发展阶段和衰退阶段。

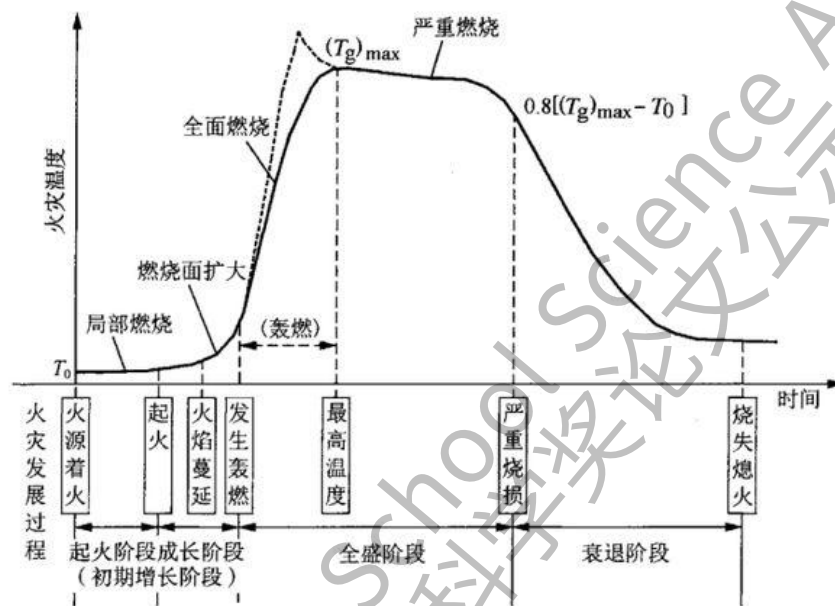


图 4-2 一般室内火灾的发展过程

在增长阶段，火源的热释放速率主要以 T 平方发展为主（火场温度的上限约束见 5.1.2.4 节）：

$$Q_t = \alpha t^2.$$

$Q_t(t)$ 表示火源 t 时刻的热释放速率(kW).

α 表示火灾增长系数(kW/s²).

火灾增长系数取决于可燃物的类型，在一般的建筑物火灾中，火灾增长系数可由建筑防排烟系统技术标准中表 4.6.10 确定。综合性大厦中，火源通常以家用电器、家具、文件资料，等物品为主，火灾增长系数介于中速火和慢速火之间，火灾增长系数一般可以取值为： $\alpha = 0.0117(\text{kW/s}^2)$ ^[4]。但是，在仿真实验中，我们需要考虑更极端的情形，所以在后续的仿真实验中，参数选取的是快速火的场景 $\alpha = 0.0469(\text{kW/s}^2)$ ^[4]。

根据 4.2.1 中的燃烧过程分析，火源燃烧释放的热量主要分为两部分，一部分通过热对流进入火灾烟气中，另一部分以热辐射的方式释放出去。因为火灾烟

气是本模型的主要研究对象，因此考虑计算火源的对流热释放效率。

中国建筑科学研究院建筑防火研究所的公开资料显示^[4]：对流热释放速率份数的取值范围通常在 0.6~0.7 之间，但是对于氧化性液体燃料或者低分子量的气体燃料，此参数可取值 0.8 或更大。在本文研究的建筑中，火源不太可能为液、气体燃料，因此，对流热释放速率份数取普遍值 0.7：

$$\chi_c = 0.7.$$

$$Q_c = \chi_c \cdot Q_t.$$

$Q_c(t)$ 表示火源 t 时刻的对流热释放速率(kW)。

注：下标 c 为对流 convection 的缩写。

4.3.4 温度分布场

4.3.4.1 温度分布场作用

在火灾发展过程中，温度是衡量火势强度与环境危险程度最直接的指标之一。高温不仅会直接对人体造成热伤害，还会加速建筑材料的失效、促使烟气层快速上升，并影响人员的行为决策与消防员的救援路径选择。因此，建立合理的温度分布模型，是准确评估节点危险值、预测人员伤亡情况以及规划安全救援路径的基础。

4.3.4.2 离散化温度分布模型

将建筑空间划分为若干节点($v_i \in V$)，每个节点代表一个功能空间（房间、走廊交叉口、楼梯间等）。节点 v_i 在离散时刻 t 的温度记为 $T_i(t)$ 。温度的变化由以下几个主要机制决定^[5]：

1. 火源节点的热释放

若节点 v_i 为火源所在位置，其温度变化主要取决于火源的热释放速率。根据 4.3.3 节中的对流热释放速率 Q_c ，火源节点温度上升速率可近似表示为：

$$\frac{dT_i}{dt} = \frac{Q_c(1 - \chi_r)}{\rho c_p V_i}.$$

其中， ρ 为空气密度， c_p 为空气比热容， V_i 为节点对应空间的体积， T_0 为环境初始温度。

火源释放的热量中，一部分会以热辐射的形式直接损失。在火灾工程中，这部分热量通常用“辐射分数”（ χ_r ）来表征，其物理含义为火源总热释放速率中以辐射形式损失的比例。根据文献，对于一般建筑火灾中的典型可燃物，其辐射分数通常在 0.3 至 0.4 之间。在 FDS 软件的默认设置中，该值通常取为 0.35。因此，在本文的基准模拟中，取 $\chi_r=0.35$ 。

2. 热辐射与热对流对相邻节点的影响

火源及高温节点会通过热辐射与热对流影响相邻节点的温度。热辐射主要影响节点间的直接热交换，而热对流则通过烟气运动携带热量。在离散化格式中，相邻节点间的热传递可近似为：

$$\Delta T_{j \leftarrow i} = \frac{\sigma \epsilon A_{ij} (T_i^4 - T_j^4) \cdot \Delta t + k_{conv} (T_i - T_j) \cdot \Delta t}{m_j c_p}$$

其中， σ 为斯特藩-玻尔兹曼常数， $\epsilon = 0.9$ 为表面发射率^[6]， A_{ij} 为节点 i 与 j 之间的有效传热面积， k_{conv} 为热对流系数（物理常数，单位 W/K ）， m_j 为节点 j 内空气质量，与节点体积有关。

由于火源存在辐射的损失项，所以节点也会得到火源的辐射热量：

$$\Delta T_{j \leftarrow fire} = \frac{\epsilon_j \chi_r Q_c(t) \Delta t}{m_j c_p}$$

其中 ϵ_j 是一个与 j 节点与火源几何距离有关的系数，其取值依据建筑内各节点到火源的几何距离确定，并在全体节点间归一化分配，并且满足 $\sum \epsilon_j = 1$ 。

由于实际建筑中空间连通性复杂，本文仅考虑图模型中存在边连接的节点间的热传递，火源对非直接相连空间的远场辐射作用，则由上述分配系数统一近似刻画（简化假设，见 6.1.3 节）。

3. 相邻节点间的热传导

当相邻节点存在温度差时，热量通过建筑结构（墙体、楼板、门等）传导。根据傅里叶热传导定律，单位时间内从节点 v_i 传导至相邻节点 v_j 的热量可近似为：

$$q_{i \rightarrow j} = \frac{A_{ij} \lambda_{ij}}{d_{ij}} (T_i - T_j).$$

其中 A_{ij} 为节点间有效传热面积（如共用墙体的面积）， λ_{ji} 为材料导热系数， d_{ij} 为墙体厚度.

对于节点 v_i ，来自所有相邻节点的热传导净热量为：

$$\Delta Q_i = \sum_{j \in N(i)} q_{j \rightarrow i} = \sum_{j \in N(i)} \frac{A_{ji} \lambda_{ji}}{d_{ji}} (T_j - T_i).$$

由此引起的温度变化率为：

$$\left(\frac{dT_i}{dt} \right)_{cond} = \frac{\Delta Q_i}{\rho c_p V_i}.$$

其中， c_p 表示空气的比热容（合理假设节点的温度即为节点内空气的温度）； V_i 为节点体积， ΔQ_i 为节点热量变化量.

4.3.5 火灾烟气模型

几乎所有的火灾中都会出现大量烟气，这主要是因为很难有充足的氧气使可燃物全部燃烧完全.火灾中烟气的温度高、有毒性，很可能对人员的安全造成威胁.烟气能见度低，阻碍人员的疏散，使人员不得不在恶劣环境中停留更长的时间.在建筑空间内，烟气常常能迅速蔓延，即使在距离着火区较远的地方，也会产生明显影响.统计表明，火灾中 2/3 以上的死亡都是烟气导致的.

4.3.5.1 烟气生成速率

文献资料显示，McCaffrey 通过实验研究和分析提出了描述火羽流的经验模型，通过调用此模型可以简便地得到烟气质量流量（以卷吸空气为主），表达式如下^[7]：

$$\dot{m}_p = 0.071 Q_c^{1/3} (z - z_0)^{5/3} + 1.92 \times 10^{-3} Q_c.$$

$\dot{m}_p$ 火灾烟气的质量流量(kg/s).

Q_c 火源的对流热释放速率(kW).

z 烟气释放点距离火源的高度(m).

z_0 虚拟点源的位置(m).

在实际火源燃烧中，火源通常不为点火源，因此，根据模型的理论分析，需要引入虚拟点源估算修正.已知火源的着火面积 A ，可以按照以下式子进行估算 [8]：

$$z_0 = 0.083Q^{2/5} - 1.02D.$$

Q 火源总热释放速率(kW).

D 火源直径(m).

对于着火的火源节点，烟气的生成速率选取房间高度 $H = 3\text{m}$ 处的烟气流量代表该房间的烟气流量.

4.3.5.2 烟气扩散

烟气在火源生成后会在建筑内扩散，这种扩散主要受建筑不同区域的烟气浓度梯度驱动，参考 FDS 模型中烟气运输的数学模型（资料来源：火灾动力学数值模拟——FDS/PyroSim 软件原理与应用），每一个节点当前的烟气质量由流入的烟气质量和流出的烟气质量决定，对于节点 u ，其当前的烟气质量流量可以写为：

$$\frac{dm_u}{dt} = \sum_{v \in N(u)} \dot{m}_{v \rightarrow u}(t) + \dot{m}_{gen,u}(t)$$

$\dot{m}_{v \rightarrow u}(t)$ 从相邻节点 v 流入或者流出节点 u 的烟气质量流量(kg/s).

$\dot{m}_{gen,u}(t)$ 节点内自身生成的烟气质量流量(kg/s).

在建筑火灾中，考虑实际情况，烟气扩散会受制于房间或走廊的方向.流体动力学基本理论——梯度输送理论，为烟气的流动提供理论依据.该理论由菲克扩散定律改进而来，可以发现烟气的扩散与区域间浓度梯度和湍流交换系数密切相关.因此，结合梯度输送理论和节点间的浓度差关系，可以得到烟气沿着两个节点的连通边的扩散速率：

$$\dot{m}_{v_i \rightarrow u}(t) = k_{v_i \rightarrow u} \cdot A \cdot (\rho_{v_i} - \rho_u).$$

$k_{v_i \rightarrow u}$ 从节点 v_i 到节点 u 的扩散系数(m/s).

A 从节点 v_i 到节点 u 的开口面积(m^2)，取常数 4 m^2 .

$(\rho_{v_i} - \rho_u)$ 节点 v_i 与节点 u 的烟气浓度差.

其中的扩散系数还与烟气的温度有关，考虑气体中的扩散系数，根据麦克斯韦-玻尔兹曼分布理论，气体的温度越高，分子的平均动能就越大，可以加快气体的扩散速度.扩散系数与温度的 $3/2$ 次方成正比，可以得到公式如下，根据实际温度、节点间距情况对扩散系数进行修正：

$$k_{vw} = k_0(T_v/T_\infty)^{\frac{3}{2}}.$$

k_0 标准状况下的扩散系数（物理常数）.

通过以上的数学模型，在既定间隔时间内，根据每个节点的烟气浓度计算该节点的烟气流动速率，并且根据已知的流动速率建立方程，可以求解得到该节点的烟气增长量，再叠加节点原有的烟气，从而实时更新节点的烟气浓度，为救援提供参考.

火灾烟气还可能会刺激受灾者的呼吸道，影响受灾者的视线从而降低移动速度，这一部分将在 4.4 人员行为模拟中进行分析.

需要说明的是，以上数学模型给出的是烟气（火羽流卷吸空气）的质量流量，但是真正影响火场危险和能见度，对人员行动造成影响的其实是 CO 浓度和烟尘的浓度，这两个浓度并不适用上文的 McCaffrey 公式，而是与火源的热释放速率直接相关，McCaffrey 公式在此处是作为独立的火场情况的计算公式，并不会参与下文的模型耦合.

4.3.5.3 烟气的组分浓度

火灾烟气中含有多种有毒气体，其中一氧化碳（CO）是导致人员中毒死亡的主要成分.为量化烟气毒性，需计算各节点 CO 浓度随时间的变化.

假设可燃物燃烧产生的 CO 质量与火源热释放速率成正比，定义 CO 产率系数 y_{CO} （单位： $\text{kg (CO)} / \text{MJ}$ ）.则火源节点 u 在单位时间内生成的 CO 质量为：

$$\dot{m}_{CO,u}(t) = y_{CO} \cdot Q_t(t).$$

其中 $Q_t(t)$ 为火源总热释放速率（kW）.根据文献资料，对于一般建筑火灾中的固体可燃物（木材、织物、塑料等），CO 产率按照通风条件分档（Tewarson 1988）：充分通风为： 0.001kg/MJ ；欠通风为： $0.20 - 0.25 \text{ g CO/g}$ 折算为 0.01kg/MJ 可取 $y_{CO} = 0.01 \text{ kg/MJ}$.

生成的 CO 随烟气一起扩散，服从与烟气质量相同的守恒方程与扩散机制.对于任意节点 u ，CO 质量 $m_{CO}(u)$ 满足：

$$\frac{dm_{CO,u}}{dt} = \sum_{v \in N(u)} \dot{m}_{CO,v \rightarrow u}(t) + \dot{m}_{CO,gen,u}(t)$$

$\dot{m}_{CO,v \rightarrow u}$ 为从相邻节点 v 流入节点 u 的 CO 质量流量，按烟气扩散公式类比计算：

$$\dot{m}_{CO,v \rightarrow u}(t) = k_{v \rightarrow u} \cdot A \cdot \left(\frac{m_{CO}(v)}{V_v} - \frac{m_{CO}(u)}{V_u} \right).$$

扩散系数 $k_{v \rightarrow u}$ 与温度的关系同 4.3.5.2 节. 火源节点的生成项 $\dot{m}_{CO,gen}(u)$ 仅在火源节点非零.

得到节点 u 的 CO 质量后，其体积浓度 $C_{CO}(u)$ (单位 ppm) 按下式计算：

$$C_{CO}(u)[ppm] = \frac{V_m m_{CO}(u)}{V_u M_{CO}} \times 10^6.$$

其中 $M_{CO} = 28 \text{ g/mol}$ 为 CO 的摩尔质量， V_m 为空气的摩尔体积取 24.5 L/mol (25°C , 1 atm , 理想气体状态方程, ISO 13571:2012^[18]). 实际计算中可简化使用理想气体状态方程进行温度修正.

在下文的能见度计算中，还需要计算烟尘的产率用于能见度的计算，烟尘的产率由火灾的热量释放计算，与 CO 浓度的计算基本一致：

$$\dot{m}_{soot,u}(t) = Y_s \cdot Q_t(t) / \Delta H_c.$$

$$\frac{dm_{soot,u}}{dt} = \sum_{v \in N(u)} \dot{m}_{soot,v \rightarrow u}(t) + \dot{m}_{soot,gen,u}(t)$$

其中 $Y_s = 0.015 \text{ kg/kg}$ (由 FDS 默认的 soot yield 区间给出)， ΔH_c 是模拟中烟尘的有效燃烧热，取 $\Delta H_c = 25000 \text{ kJ/kg}$ ^[9] (在火灾模拟中，该值与实验数据吻合良好)。

4.3.6 火灾能见度

当发生火灾时，烟气四处弥漫，能见度会大大降低，不仅影响了人员视线，还降低了逃生速度，直接影响着人员的疏散行为和救援决策，因此能见度也是一个非常重要的考虑因素.

4.3.6.1 消光系数的计算

根据 PyroSim 软件的数据显示，在火灾中，主要是火灾烟气对光线的削弱作

用导致能见度的降低.火灾发展模型中, 每一个节点的烟尘密度都可以通过模型求解得到.

而光波在气体中传播时, 光的强度会按指数规律衰减, 其光强的衰减规律会遵循朗伯定律^[10]:

$$I = I_0 e^{-KL}.$$

其中 I 为衰减后的光强, K 为光的消光系数, L 为光通过烟雾的距离.

而消光系数可以用质量比消光系数和烟尘密度的乘积决定:

$$K = K_m \frac{m_{\text{soot}}}{V}.$$

对于同一种材料, K_m 可以认为是一个固定的值, 而对于火灾中复杂的燃烧物, 质量比消光系数设定为 PyroSim 软件中的默认值为: $8700\text{m}^2/\text{kg}$.

4.3.6.2 能见度计算

在火灾环境中, 影响能见度的颗粒主要由燃烧产物组成. FDS 中火灾环境能见度的计算以 G.W.Mulholland 主编的 SFPE Handbook of Fire Protection Engineering 为理论依据, 能见度通过以下公式来处理^[11]:

$$S = C/K.$$

其中 S 为能见度, 单位为 m .

特别地, 其中 C 为与标志类型有关的一个常数, FDS 中, 对于不会自发光的物体 C 默认值为 3.

在大量研究资料中表明, 能见度还会直接影响人员的行为决策. 这一部分将在 4.4 节“人员行为模型”中详细分析, 此处不过多赘述.

4.3.7 节点危险值和生命消耗成本计算

4.3.7.1 节点危险值计算

那么, 怎么在火灾中对于火场的安全程度做定量的分析判断呢? 可以综合考虑火灾人员疏散和救援中三个重要的因素: 温度、烟气浓度和能见度, 设定一个衡量节点危险程度的函数, 建立三个威胁因子, 加权重来反映该位置对人员的威胁程度.

1. 温度因子:

根据相关研究表明，人体在不同温度下有不同反应^[12]：

表 4-1 不同温度下人体的生理反应

环境温度	人体生理反应
30℃以下	正常行动
30℃至 45℃	血液循环加速，出汗、头晕、手脚乏力
45℃至 60℃	人体呼吸困难
超过 60℃	产生昏迷
120℃	对人体造成无法挽救的伤害

因此设立温度因子（temperature factor）来反映当前节点 u 高温对人体的伤害程度：

$$F_T(u, t) = \min\left(1, \frac{T(u) - T_0}{T_m - T_0}\right).$$

T_0 常温下开尔文温度 293K.

T_m 最高危险温度 393K^[13].

2. 烟气浓度因子

在火灾烟气中，吸入大量的有毒有害气体（如 H_2S 和 CO ）是在火灾中造成大部分死亡的原因，有害气体对火灾中被困人员的威胁甚至高于高温烟气所带来的威胁.

其中对人体伤害最大的是一氧化碳(CO).相关资料显示，空气中 CO 的含量超过 50 – 100ppm 时会引起 CO 中毒（ CO 和血红蛋白发生结合破坏携氧能力）导致受灾者剧烈头疼，呕吐.如果在 CO 浓度为 400 – 800ppm 的环境中滞留 30 分钟以上就会导致死亡（估计值）.故选取 CO 浓度为指标，反映烟气对人体的毒性.

$$F_C(u, t) = \min\left(1, \frac{C_{CO}(u)}{C_m}\right).$$

其中 C_m ，临界 CO 浓度 $C_m = 800ppm$ ^[13] 为有害气体浓度危险最大值判定指标.

3. 能见度因子

能见度相较于前面两个因子虽然不会对人体造成直接伤害，但是能见度造成的视觉障碍会严重影响受灾者对逃生路线的判断进而发生碰撞、摔倒等危险情况，能见度因子如下：

$$F_S(u, t) = \min \left(1, \frac{S_0 - S(u)}{S_0} \right).$$

其中，根据相关标准及建筑类型设定初始能见度， $S_0 = 10\text{m}$ 为无烟气时的初始能见度， $S(u)$ 为当前节点能见度，单位为 m 。

对以上三个危险因子进行加权和，并且归一化，可以得到节点的危险值如下：

$$F(u, t) = \min (1, w_T F_T(u, t) + w_C F_C(u, t) + w_S F_S(u, t)).$$

权重根据经验选取为 $w_T = 0.4$ ， $w_C = 0.4$ ， $w_S = 0.2$ ，关于参数的选取详见 5.4 模型参数鲁棒性分析。

更进一步，还需要设定节点的危险阈值，当节点的危险值超过阈值时，此节点将会被表示为该人员不可通过，根据真实情况下普通人和消防员对危险因子的耐受程度：

表 4-2 人员耐受情况

人员	耐受温度	耐受烟气浓度	能见度
普通人	80°C	800ppm	3m
消防员	200°C (473K, 防护装备短时间的耐受极限)	不做约束 (消防员配备正压式空气呼吸器 SCBA)	0.5m

代入以上计算公式，可得到人员对不同因子的耐受阈值（超过该耐受阈值则认为不可通过该节点）。

普通人阈值： $F_T(u, t) \leq 0.6$, $F_C(u, t) \leq 1$, $F_S(u, t) \leq 0.7$ 。

消防员阈值： $T(u, t) \leq 200^\circ\text{C}$ ，CO 浓度不构成通行的约束条件， $S(u, t) \geq 0.5\text{m}$ 。

4.3.7.2 生命消耗成本

在大型火灾的人员疏散和救援的过程中，人员的生命安全受高温伤害、烟气毒性伤害以及体能消耗等因素的共同影响。在真实情景中，这种生命危害通常影响着生存的概率。为在后续的数学建模中量化逃生路径选择和救援路径规划对生存概率的影响，本小节引入生命消耗成本概念。

HP：单位，即该人员的存活概率， $1 \text{ HP} = 1\%$ 的存活概率。

每个受灾者拥有初始生命值，在火灾环境中生命值随时间持续减少，当生命值降至 0 时视为可能死亡。逃生、救援路径规划的目标都是使幸存者人数最大化。

生命消耗成本可以简单地分为两个类型：

1. 节点停留消耗：人员在节点停留时因为持续暴露在高温有害环境中而造成的生命伤害（忽略人体基础代谢）。

2. 边移动消耗：人员沿着边进行移动逃生时环境暴露和移动体能消耗的总和。

1. 节点生命消耗成本

根据 4.3.7.1 中定义的节点危险因子，提取与直接人体伤害有关的两个因子：温度因子和烟气毒气因子，来定义节点的生命消耗成本：

当个体在节点 u 上停留 Δt 秒时，其受到伤害为：

$$\Delta H_{node}(u, \Delta t) = (\alpha_T \cdot F_T(u, t) + \alpha_C \cdot F_C(u, t)) \cdot \Delta t.$$

$F_T(u, t)$ 和 $F_C(u, t)$ 分别为伤害因子。

下面我们了一种方程来定义伤害系数——

α_T ：温度伤害系数，节点危险值模型中，人员初始生命值 $H_p = H_0 = 100HP$ ；

设定人员在纯 $60^\circ C$ 环境中暴露 300 秒左右丧失行动能力（耐受上限，SFPE 手册人体耐受数据）其中 $F_T = 1$ 对应最高危险温度 $393K$ ($120^\circ C$ ，见 4.3.7.1 节)，而 $60^\circ C$ ($333K$) 对应的伤害因子 $F_T = (333 - 293)/(393 - 293) = 0.4$ ，即 $100 = \alpha_T F_T \cdot 300s$ ，解得 $\alpha_T = 0.833(HP/s)$ 。

α_C 烟气毒性伤害系数，资料显示，在火灾中 CO 的浓度最高可以达到 $1000ppm$ ，但是在约 $600ppm$ 时此节点基本可视为不可通过，因此，取 $600ppm$ 条件下 20 分钟（1200 秒）的存活时间（ISO 13571:2012^[18]），即 $100 = \alpha_C F_C \cdot 1200s$ ，其中 $600ppm$ 对应的伤害因子 $F_C = 600/800 = 0.75$ (F_C 以 $800ppm$ 为归一上限)，解得 $\alpha_C = 0.111(HP/s)$ 。

2. 边移动生命消耗成本

而当个体从当前节点 u 移动到一个连接节点 v_i ，经过边 $E = (u, v_i)$ 时，边的环境伤害选取两端节点伤害因子的平均值，还要叠加上移动通过此边的体能消耗。

设定 $T_{u \rightarrow v_i}(s)$ 为人员移动通过边的时间， $L_{u \rightarrow v_i}(m)$ 为边的长度。

λ 体能消耗系数。

事实上，在火灾的逃生中，能量的消耗通常不是致死的因素，而是摧毁体能

低的人群（老人、妇女或儿童）和烟气中毒的人群的运动能力，使之无法继续逃生。在生命值未达到不可逃生的阈值之前，准确来说，体能消耗的不是生命值而是逃生能力。因此，体能消耗系数只在生命值大于阈值时起作用。

受灾者在火灾逃生的条件下的移动基本上是无氧的中快速奔跑，结合热气、烟气中毒和辐射热等环境条件和安全疏散时间，基本上可以确定极限奔跑时间为 400-600 秒左右，人员奔跑移动速度为 $v = 1\text{m/s}$ ，可得奔跑的总里程约 600m，以人体生命值的 30% 为体能消耗的极限， $30 = \lambda \times 600$ ，计算得 $\lambda = 0.050(\text{HP}/\text{m})$ ，且受灾人员不可移动后，体能消耗不再发生作用。

可以得到边移动的生命消耗成本：

$$\Delta H_{\text{edge}}(u, v_i) = \left(\alpha_T \cdot \frac{F_T(u, t) + F_T(v_i, t)}{2} + \alpha_C \cdot \frac{F_C(u, t) + F_C(v_i, t)}{2} \right) \cdot T_{uv} + \lambda L_{uv}.$$

综上，假设个体 p 在时刻 t_0 开始逃生，沿着某一条路径 $(v_0, v_1, \dots, v_k)$ 移动到出口，其总生命消耗为各段边移动消耗与各节点停留消耗之和：

$$\Delta H_p = \sum_{i=0}^{k-1} \Delta H_{\text{edge}}(v_i, v_{i+1}) + \sum_{i=1}^{k-1} \Delta H_{\text{node}}(v_i, t_{v_i, \text{stay}}).$$

ΔH_p 单位为 (HP)，人员初始生命值 $H_p = H_0 = 100\text{HP}$ 。

若个体沿着边移动时连续通过节点，则可忽略在节点的停留时间，即 $t_{v_i, \text{stay}} = 0$ 。

关于以上参数 α_T ， α_C ， λ 的选取详见 5.4 模型参数鲁棒性分析。

4.3.8 模型小结

基于热释放速率的 t^2 增长模型描述火源发展，并通过热传导、热对流和热辐射方程建立离散化的温度场更新机制，烟气运动采用质量守恒方程和梯度扩散理论，计算各节点的烟气浓度及一氧化碳浓度，再依据朗伯定律和消光系数得到能见度，综合温度、CO 浓度和能见度三个因子加权归一化，得到节点危险值，并进一步定义节点停留和边移动所导致的人员生命消耗成本（初始生命值 100 HP），为后续评估人员生死和救援优先级提供定量依据。

4.4 人员行为模型建模

4.4.1 人员行为模型概述

在火灾的疏散救援中,受灾人员的行为往往决定了逃生成功率和实施救援的方向.在许多传统的火灾人员疏散研究中,通常假定人员会以最佳路径逃生,但是,这种设定往往与真实情况有偏差.在真实生活中,大部分未经消防演练的人员并不清楚逃生路径,而且人员的逃生决策还收到心理恐慌、所接受的环境信息、群体行为等多种因素影响.

为评估在火灾条件下建筑内人员疏散情况,本节构建了一个人员行为数学模型.该模型从 4.3 中获取环境情况,通过数学方法量化及描述个体感知环境、做出决策、动态移动的行为.

4.4.2 理论依据

在行为科学中,火灾作为一个强烈的外部刺激,会将受灾者置于应激状态中,此时,受灾者的心理决策倾向于采取更直接、更本能的认知反应.

4.4.3 个体属性定义

火场内每个人员被视为一个有着特定属性的智能个体,赋予其物理量包括:

初始位置:个体在模拟开始时的节点.

当前位置:个体当前所处所在的节点.

个体生命值:衡量个体生命的情况.

移动速度:将个体根据“正态分布”原则随机分布.

环境耐受阈值:包括温度阈值、烟雾浓度阈值.

温度阈值:节点温度超过该值时,个体会受到伤害.

烟雾浓度阈值:节点烟雾浓度超过该值时,个体会失去行动能力,久了会死亡.

可见度:受烟雾影响的可见范围,决定个体获取信息的范围.

4.4.4 个体信息获取

在每个时刻,个体通过其认知半径获取环境信息.环境信息是个体当前所在节点的认知半径内节点的环境参数(包括温度、烟雾浓度),本模型假设个体可获取周围所有相邻节点的环境参数.

若建筑内设有应急广播或智能指示系统,则可假设个体获得全局或部分优化路径信息(此处暂时不考虑).

4.4.5 个体行为决策

现有火灾统计研究表明,受困人员在火灾中的行为并非完全理性,而是呈现出多种典型模式.根据现有火灾行为研究中的行为分类框架^[14],并结合多项灾害行为统计中各类行为的比例区间^[15-17],本文将受困人员划分为四类,并依据统计分布设定其初始比例.主动逃生者约占 1/3,盲目移动者约占 1/3,被动等待者约占 1/4,固定隐蔽者占比 1/12.为真实反应这种行为的多样性,本节将分类讨论,将个体划分为四类,并对每类个体涉及差异化的决策机制.

4.4.5.1 行为类型定义与比例

在初始化阶段,每个个体以预设概率随机分配一种行为类型:

主动逃生型(比例 1/3):具有明确逃生意图,试图以最短时间、最小风险到达出口.

盲目移动型(比例 1/3):缺乏清晰目标,行动具有随机性或受人群影响,常表现为无方向移动或跟随他人.

被动等待型(比例 1/4):原地停留,等待救援或外部指令,不主动移动.

固定隐蔽型(比例 1/12,余量可微调):主动寻找相对安全的角落(如低温和低烟区域)并隐蔽不动,避免暴露在危险环境中.

4.4.5.2 各类别决策规则

1.主动逃生型

该类个体采用基于理性进行移动决策.从当前节点 v_i 选择相邻节点 v_j (含原地停留) 的感知代价 U_{ij} 定义为:

$$U_{ij} = \varphi \cdot \frac{d_{j,exit}}{v_{max}\tau_0} + \nu \cdot F_T(v_j, t) + \mu \cdot F_S(v_j, t).$$

其中：

$d_{j,exit}$ 节点 j 至最近安全出口的最短路径距离 (m) .

v_{max} 为最大移动速度 (m/s) .

$\tau_0=1s$.

φ, ν, μ 为正权重系数, 控制个体对距离、高温、浓烟的敏感度, 分别为 1.0, 2.0, 2.0. (权重的鲁棒性分析见 5.4 节)

选择概率采用 Softmax 函数模型:

$$P_{ij} = \frac{\exp(-U_{ij})}{\sum_{k \in N(i)} \exp(-U_{ik})}.$$

其中 $N(i)$ 包含当前节点自身及所有相邻节点. 该形式隐含了温和的理性程度, 既可模拟趋利避害行为, 又保留了少量随机性.

2. 盲目移动型

该类个体无明确逃生目标, 决策机制为“恐慌下无规则运动”或“从众效应”, 模型提供两种可选“子策略”.

恐慌下无规则运动: 以等概率从当前节点的所有可通行相邻节点 (即环境参数未超阈值) 中随机选择一个作为目标. 若无可通行相邻节点, 则原地停留.

从众效应: 若当前节点存在其他个体, 则随机选择一名周围个体的移动方向作为自己的目标方向; 若无其他个体或无法感知, 则退化为随机游走.

3. 被动等待型

该类个体不主动移动, 在每个时间步始终选择当前节点自身作为目标节点, 即原地停留. 除非当前节点环境参数超过安全阈值 (如 $F_T(v_i, t) \geq 0.6, F_S(v_i, t) \geq 0.7$), 此时个体将因无法承受而被迫移动, 其行为则临时转为盲目移动型 (随机游走) 直至找到安全区域.

4. 固定隐蔽型

该类个体旨在寻找一个相对安全的节点并长期停留. 决策分为两个阶段:

(1) 初始阶段, 个体以主动逃生型的效用函数为基础, 但以“安全性偏好”为主, 即选择温度与烟雾浓度最低的节点. 具体地, 需要忽略距离项来计算个体计算每个相邻节点的综合代价 $U_{ij} = \nu \cdot F_T(v_j, t) + \mu \cdot F_S(v_j, t)$, 并以 Softmax

概率选择代价最小的节点.移动至某一个最安全的节点后,个体状态切换为“已隐蔽”.

(2) 一旦到达隐蔽点,个体不再移动,原地停留.若当前节点环境参数恶化至超过安全阈值,则重新进入寻找隐蔽点阶段,寻找新的安全位置.

4.4.6 生死判定

瞬间死亡: 温度大于温度阈值或烟雾浓度大于烟雾浓度阈值.

累计伤害: 以 4.3.7.2 提出的生命消耗成本概念判断个体是否可移动.

模拟流程:

1. 初始化 (输入图模型, 生成智能体, 随机赋予属性).
2. 循环:
 - (1) 读取当前时间各个节点的温度和烟雾浓度.
 - (2) 根据 4.4.4 个体行为决策对个体进行移动, 更新位置, 记录路径.
 - (3) 判定生死, 移除死亡个体.
 - (4) 返回 (1) 进行下一时间点的操作, 当所有个体已疏散或死亡时停止模拟.

4.4.7 模型小结

人员行为模型将人员分为主动逃生型、盲目移动型、被动等待型和固定隐蔽型四类 (比例分别为 $1/3$ 、 $1/3$ 、 $1/4$ 、 $1/12$, 该比例可以在不同的仿真实验中调整, 此处仅供参考), 主动逃生者基于感知代价函数 (与距离、温度、能见度有关) 和 **Softmax** 概率选择移动方向; 盲目移动者采用随机游走或从众效应; 被动等待者原地停留, 环境恶化后转为盲目移动; 固定隐蔽者先寻找最安全节点隐蔽, 环境恶化后再重新寻找. 每个时间步更新所有被困人员的位置与生命值, 瞬时温度或 CO 浓度超阈值会死亡, 生命值归零也会死亡, 到达出口则判定为成功生还.

4.5 救援路径规划模型

火灾发展模型 (4.3 节) 提供了火场环境的变化数据, 而人员行为概率模型则模拟了被困人员的人员分布与状态, 基于这两个模型的输出, 本节建立救援

路径规划模型，将救援决策转化为一个近似动态环境下的多旅行商问题，使多名消防员在动态的火场上执行带容量约束的救援任务。

对于以往的大部分火灾救援而言，路径的选择大多数都是依照消防员的经验和目前已知的火灾形势而选择（类似静态的最短路算法）。但是，火灾发展是一个完全动态的过程，当前做出的选择会面临许多未来因素的干扰。针对这一局限，本节创新性地提出一种预测式的 D^*Lite 算法，将火灾发展模型提供的对节点未来时刻危险值的预测数据加入 D^*Lite 算法的边代价函数中，使算法能够预判消防员到达时各个节点的危险程度，从而能提前规避环境即将恶化的救援区域，将火灾救援的思路从“被动响应”转变为基于耦合预测模型的“主动规避”。

同时，本节还基于人员生命值消耗的窗口期，为消防员建立救援任务分配机制，将昏迷人员动态合理分配给能在其存活时间内到达的消防员，并且在边代价函数中加入引导收益，让消防员在移动时能够兼顾对被困人员的引导。

在城市化进程加快，家用电器使用高度普及的今天，高层建筑火灾也不可避免的频发。救援任务分配与路径规划模型能有效维护救火英雄们的自身安全，落实“主动避险”原则，让现代火灾救援过程更加科学化、高效化、人性化，以下 4.5.1 节给出模型的情景设定，4.5.2 节将问题转化为数学模型的形式，4.5.3 节分析模型的整体框架，4.5.4 节给出预测式多目标 D^*Lite 算法的流程^[21-22]。

4.5.1 情景设定

在真实的火灾救援场景中，消防员承担着多种关键的任务，其行为直接影响救援的效果，因此，基于现实情况和简化问题的假设，在本模型中设定消防员的多个主要作用。

4.5.1.1 灭火和改善逃生环境

消防员携带的灭火设备（如灭火器、水枪等设备），可以降低其途经节点的温度和烟气浓度，改善能见度条件，可以设立危险值衰减模型来描述灭火效果：消防员每次经过一个节点，该节点的温度 $T_u(t)$ 和烟尘密度 $\rho_{s,u}(t)$ 会有一定程度的衰减。但是为了简化计算，本文在路径规划时暂时无法考虑灭火对环境的反馈，后续工作将对此处做出改进。

4.5.1.2 开拓路径

对于周围没有可以通行节点的被困人员，在消防员“开路”后，可跟随消防员沿安全路径移动。在模型中，该作用将会切换人员的行为模式：当消防员经过有被困人员的节点 u 时，节点中处于“盲目移动型”或“被动等待型”的个体，其运动方式将不再是 4.4.5 节中定义的决策规则，而是跟随消防员的历史路径移动直到到达出口。

为将“跟随消防员路径”这个行为数学形式化，本文建立引导机制的三个阶段模型（巡逻—授路—跟随）：

（1）引导巡逻

当消防员 f_i 未被分配昏迷救助任务没有救助昏迷人员时，其巡逻目标不是随机游走，而是前往距离最近的“被困人员聚集节点”，即维护一个优先队列，并且按照这个优先队列为消防员分配任务。当多名消防员同时空闲时，采用认领式空间分工：第 i 名消防员在该优先队列中跳过已被其他消防员当前认领的目标节点，从剩余节点中选择最近者；若全部聚集节点均已被认领，则返回出口待命。该协调可以避免多名消防员独立选择同一最近聚集点而重复覆盖，即给多旅行商问题添加空间分工。

（2）路径授予

当消防员抵达某节点 u 且该节点有受困人员时，触发护送模式——消防员立即以安全出口为目标重新规划路径 $\Gamma_{f_i} = (u = v_0, v_1, \dots, v_k = \text{exit})$ 并将路径的剩余段 $\Gamma_{f_i} = (u = v_0, v_1, \dots, v_k)$ 授予节点 u 被困人员（等待型与隐蔽型，见 4.4 节行为分类）。

需要说明的是：被授予的路径由 D^*/Lite 在消防员阈值的条件下规划，因此需要跨越危险区域时，消防员授予的路径对于被困人员来说视为恒可以通过。

授予动作不会消耗消防员的救助容量，也不减慢其行进（因为信息传递的时间在火灾救援中基本可以忽略不计）。

（3）跟随撤离：获得路径的人员 p 标记其状态为“被引导”，此后每个决策步沿预定路径 Γ_{f_i} 逐节点移动（状态：被困 $\rightarrow$ 主动移动），直至抵达出口节点记为生还；若中途偏离路径（例如前方节点危险值骤升导致路径失效），则清空所授路径、回到被困状态等待重新决策。

4.5.1.3 救助伤员

对于失去行动能力的昏迷人员 ($H_i \leq 30HP$)，消防员可以对其实施救助，但是每名消防员都有有限的救助容量 $C_{cap} = 2$ ，一旦达到救援容量上限，消防员需要先行护送伤员到安全区域才能继续执行救援任务，对应 4.5.4.3 小节中的救助任务和护送任务。

根据以上的任务定义，分别对于救援路径规划模型的三个模块：预测模型提供了火灾发展情况和人员行动的时空分布条件；规划模型为多个消防员实时计算到目标点的动态最优路径，任务分配模型按优先级为消防员制定任务。从算法上来讲，这是一个动态环境下类似多旅行商问题（多个消防员的任务分配）与动态路径规划的 NP 类优化问题。但是该问题属于 NP-hard 类，因此本文不会追求精确的最优解，而是采用一种预测+引导的启发式方法来近似较优。

4.5.2 问题数学形式化

文字表述无法建立问题的求解模式，本文将对以上提出的问题进行数学形式化，即动态环境下类似多旅行商问题（与经典 MTSP 的对照见 4.5.2.6）便于后面的求解，以下会给出已知条件、决策变量、目标函数及约束条件的数学表达。

4.5.2.1 已知条件

1. 建筑离散化图模型

建筑空间拓扑图 $G = (V, E)$ 已经在 4.2 节中定义，其中 V 为节点的集合， $E \subseteq V \times V$ 为边集合。

每一个节点 $v \in V$ 具有空间类型 $typeN(v) \in \{room, stair, corri, exit\}$ 、坐标 $pos(v) \in \mathbb{R}^3$ 以及面积 $area(v) \in \mathbb{R}^+$ 。

每条边 $e = (u, v) \in E$ 都具有联通类型 $typeE(e) \in \{door, stair, link\}$ 及其物理距离 $L_{uv} \in \mathbb{R}^+$ 。

2. 火灾发展模型输出：

由 4.3 节的火灾模型来提供每个节点 $u \in V$ 的在 t 时刻的实时信息：

温度 $T_u(t)$ （单位：K）

烟尘密度 $\rho_{s,u}(t)$ （单位：kg/m³）

能见度 $S_u(t)$ （单位： m ）

一氧化碳浓度 $C_{CO}(u, t)$ （单位： ppm ）

综合危险值 $F(u, t)$ 及未来预测危险值 $F(u, t + \Delta t)$.其中 $F(u, t)$ 由 4.3.7.1 节中的定义计算：

$$F(u, t) = \min(1, w_T F_T(u, t) + w_C F_C(u, t) + w_S F_S(u, t))$$

其中 F_T 、 F_C 、 F_S 分别为温度、CO 浓度、能见度三个危险因子，权重取 $w_T = 0.4$ 、 $w_C = 0.4$ 、 $w_S = 0.2$.（权重的选取见参数鲁棒性分析）

3. 人员状态

由 4.4 人员行为模型提供的每个时刻 t 人员的分布与状态信息，定义人员状态空间 $S_k = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ，其中 $\{0\}$ 表示主动移动状态， $\{1\}$ 表示被困， $\{2\}$ 表示昏迷， $\{3\}$ 表示已经生还， $\{4\}$ 表示死亡，构建函数：

$$s(p, t): P \times \mathbb{R}^+ \rightarrow S_k$$

因此可以定义各种状态的人员的集合

$$P_{active}(t) = \{p \in P | s(p, t) = 0\},$$

$$P_{trap}(t) = \{p \in P | s(p, t) = 1\},$$

$$P_{conk}(t) = \{p \in P | s(p, t) = 2\},$$

$$P_{safe}(t) = \{p \in P | s(p, t) = 3\},$$

$$P_{dead}(t) = \{p \in P | s(p, t) = 4\}.$$

其中 $P_{active}(t)$ ：主动移动人员，具有自主行动的能力；

$P_{trap}(t)$ ：被困人员具有自主行动能力但是周围节点无法通行， $H_p \geq 30HP$

$P_{conk}(t)$ ：昏迷人员，已经失去自主行动能力， $H_p < 30HP$

$P_{safe}(t)$ ：已经成功到达出口并且生还的人员

$P_{dead}(t)$ ：已经死亡的人员

对于每个人员 $p \in P$ 还需要知道其当前所在的节点 $pos(p) \in V$ 及其当前的生命值

4. 消防员状态

设定消防员的集合为 $F = \{f_1, f_2, \dots, f_m\}$ ，其中 m 为参与救援的消防员总数.对

于每个消防员 $f_i = (i = 1, \dots, m)$ ，定义以下状态：

当前位置： $pos(f_i) \in V$;

移动速度： $v_f = 2\text{m/s}$ （假设所有消防员移动速度相同）

剩余救助容量： $C(f_i) \in \{0, 1, 2\}$ ，表示消防员当前还能携带的昏迷人员数量；

历史路径轨迹： $\Gamma_{f_i}(t) = (v_{f_i}(0), v_{f_i}(1), \dots, v_{f_i}(t))$ 即对于消防员从初始到当前所经过的所有节点序列，随着救援的模拟实时的更新。

初始时刻所有消防员都在救援入口节点： $v_{\text{entry}} \in V$ ，即状态定义为 $pos(f_i) = v_{\text{entry}}$ ， $v_{f_i}(0) = v_{\text{entry}}$ ， $C(f_i) = C_{\text{max}} = 2$ 。

5. 通行阈值

普通人阈值 $F_T(u, t) \leq 0.6$, $F_C(u, t) \leq 1$, $F_S(u, t) \leq 0.7$ 。

消防员阈值： $T(u, t) \leq 200^\circ\text{C}$ ，消防员配备正压式空气呼吸器 SCBA，所以 CO 浓度不构成通行的约束条件， $S(u, t) \geq 0.5\text{m}$ 。

4.5.2.2 模型假设

1. 模型研究时间离散化：

以每 1 秒作为一个时间步长，所有空间状况和决策以一个时间步长为单位进行更新；（步长的选取依据见 5.1.2.1 节的刚性分析，但本文未做收敛性实验）

2. 消防员独立行动：

假设各个消防员之间互不干扰，不存在路径冲突或者任务重叠的情况，这作为本文模型的一个缺点之一将会在第 6 节中讨论，并且在后续的工作中改进。

4.5.2.3 决策变量

可以为每一位消防员定义一份路径决策，表示消防员 f_i 在第 n 步在节点 u 停留， $n \in \{0, 1, \dots, N\}$ ，其中 $N = \lceil T_{\text{end}}/\Delta t \rceil$ ，定义决策函数：

$$v_{f_i}(n) = u$$

初始情况是消防员处于一个救援入口的位置，对于所有的 $v_{f_i}(0) = v_{\text{entry}}$ 。

每一个消防员的完整路径为 $\Gamma_{f_i}(N) = (v_{f_i}(0), v_{f_i}(1), \dots, v_{f_i}(N))$ 。

4.5.2.4 目标函数

最终路径规划的目标需要最大化总模拟时长末时刻的生还人数，即集合 P_{safe} 在该时刻的元素个数.

因此，定义目标函数为：

$$\max\{R(\Gamma_{f_1}(N), \Gamma_{f_2}(N), \dots, \Gamma_{f_m}(N))\} = |P_{safe}(T_{end})|.$$

其中 $\Gamma_{f_i}(N)$ 是每一个消防员的全程救援路径，作为目标函数的变量，所有消防员的全程救援路径作为一种救援方案.

4.5.2.5 约束条件

在火灾救援的模型中，约束条件同样较为复杂，首先要考虑路径是否可以通行，如果节点危险值超过消防员阈值则为完全不可通行，消防员配备正压式空气呼吸器（SCBA），仅受温度上限 473K（200°C）与能见度下限 0.5m 的通行约束，CO 浓度不构成通行的约束条件；不同危险程度的边付出的代价（消防员在危险环境下的暴露）不同.

1. 路径的连续性约束：

每一个消防员每一步只能移动到当前节点的相邻节点或者在原地停留.

2. 救助容量的约束：

消防员当前救助容量 $C(f_i) = 0$ 时，不可以再被分配救助任务，当消防员周围无可分配任务或者救助人数已经达到上限时，其下一个任务必须是“护送至最近出口”，在出口释放昏迷人员后才可以继续执行新的救援任务.

3. 救援时效约束：

对于每一个昏迷人员 $p \in P_{conk}(t)$ ，消防员预计到达的时间必须满足：

若其所在节点为 $u = pos(p)$ ，由前文的定义，该节点对其生命的消耗速率为：

$$\dot{H}(u, t) = \alpha_T \cdot F_T(u, t) + \alpha_C \cdot F_C(u, t)$$

昏迷人员可存活的最大救援时间由生命消耗成本模型反推，假设节点对该昏迷人员的生命消耗速率恒定，由节点当前的危险值得到，那么这个人预估的可存活时间就为：

$$t_{survive}(p, t) = \frac{H_p(t) - H_{crit}}{\dot{H}(u, t)}, \quad H_{crit} = 10HP$$

如果 $\dot{H}(u, t) = 0$ 那么 $t_{\text{survive}}(p, t) = \infty$ ，但是一般不存在这样的情况，火场中没有完全安全的节点。

昏迷人员 p 若被分配给消防员 f_i ，则必须满足条件：

$$t_{\text{arrive}}(f_i, u) \leq t_{\text{survive}}(p, t)$$

其中 $t_{\text{arrive}}(f_i, u)$ 为消防员 f_i 从当前位置 $v = \text{pos}(f_i)$ ，到节点 u 的最短通行时间。

4.5.2.6 经典 MTSP 的对照与区别

虽然本文将整个救援决策称为多旅行商问题（MTSP），但是和经典的 MTSP 还是有一定的区别，所以我们在本节明确区别并且解释为什么不用 MTSP 问题的经典求解方式。

经典 MTSP 问题的形式是：有多名旅行商从同一个城市出发，分工访问全部城市，并且使所有人的总路程之和最短。

表 4-3 火场救援问题与经典 MTSP 问题的要素对照

经典 mTSP 要素	本文火场救援中的对应	出处
m 名旅行商	m 名消防员	4.5.1
出发点（共同的出发与返回点）	出口节点 0：全员由此出发，救出人员后也送回此处	4.5.1、4.5.4.3
待访问的城市	被困人员所在的楼层节点	4.5.2.1
每个城市只访问一次	每名被困人员只被救助一次	4.5.4.3
容量约束（MTSP 的 CVRP 问题）	一名消防员一次最多携带 C 人，满载须返回出口	4.5.4.3
时间窗（mTSPTW 问题）	被困人员的存活时间窗	4.5.2.5
最小化总路程	最大化生还人数	4.5.2.4

由以上的对比可见，本文的核心问题与经典的 MTSP 及其相关问题非常相像，但是其中最大的不同是最终的目标：本文的目标是使成功获救的人数最大，并不要求使行程最短，也不需要一定访问所有被困人员，而更像是选择性访问节点使得收益最大的问题（即团队定向问题）。

总而言之，本文的问题非常复杂，涵盖“多名消防员+容量约束+时间窗口+选择性访问+消防员暴露最小”的多种优化问题，这种问题明显属于 NP-hard 类，即使仿真实验的规模不大，对于本文作者来说也完全无法精确求解。

因此，我们放弃了追求最优解，而是采用一种预测+引导的启发式方法：先进行任务分配，用匹配算法给出消防员与待救援节点的最优分配，然后进行路径规划，使用带预测项的 D*/Lite 算法（更接近消防员到达火场时的真实情况）

来求解最短路，而时间上按照周期进行火场的更新，实际上，我们将多种优化问题拆解，融合在模型的各个部分中实现局部的优化，但是我们没能去计算这种启发式解法与最优解法之间的差距，这也是本文的一处局限。

4.5.3 规划模型整体分析

基于 4.5.1 节的任务设定和 4.5.2 节中的问题形式化，本小节将对规划模型进行整体的分析，重点突出其四个核心的功能及数据的输入输出。

规划模型的输入主要来自于上文两个仿真模型，火灾发展模型（4.3 节）提供环境危险值 $F(v, t)$ 和预测值 $F(v, t + \Delta t)$ ，人员行为模型（4.4 节）则提供各个节点的人员状态分布 $P_{\text{trap}}(v)$ 、 $P_{\text{conk}}(v)$ 以及个体的生命值 H_p 。而规划器的输出主要是每个消防员的行动路径和任务分配序列。

规划模型将由以下四个功能构成：

1. 预测模块：

为了给消防员提供有效的预测路径，使其能在节点危险值超过阈值之前到达指定的救援位置，根据前面建立的火灾发展模型，预测路径节点未来的危险值 $F(v, t + \Delta t)$ 变化，输入到预测性边函数中，使消防员可以灵活地选择路径，避免进入即将恶化的区域。

2. 任务分配模块

一共有两个核心机制：

（1）目的性救援机制

在每一个时间步，根据昏迷人员剩余的存活时间 $t_{\text{survive}}(p)$ 和各个消防员当前的位置 $\text{pos}(f_i)$ ，剩余救助容量 $C(f_i)$ ，求解一个匹配问题，将昏迷人员 $p \in P_{\text{conk}}$ 分配给能在其存活窗口期内到达的消防员，最终最大化匹配的数量，图匹配时边权是消防员到达该人员的预计时间 $t_{\text{arrive}}(f_i, p)$ 。

匹配结束后按照匹配的结果给对应的消防员分配救援任务。

（2）无目的性引导机制

如果该消防员没有被分配救援昏迷人员的任务，也不能被动地等待，则分配引导任务，多个消防员按照优先序列前往最近且被困人员最多的节点，并且将安全疏散路径授予被困人员，使被困人员转化为主动逃生机制，并且沿着消防员授予的路径逃生。

3. 路径规划模块

消防员自身的安全以及对被困自主人员的引导也是本文建模的重点.为了维护消防员的安全,考虑引入并创新一种有目的性的类似最短路算法,每隔一段时间或者当救援情况发生变化时,实时更新和动态地规划路径.

即对于每个已经分配到救援任务的消防员,基于 4.5.4.2 节的动态预测边代价函数,在火场图上求解从当前位置到目标节点 u 的最优路径.把预测模型得到的边权嵌入到传统的 D^* Lite 算法中,变成预测未来情况式的 D^* Lite 算法,如果部分火场发生较大的变动,则可以借助 D^* Lite 算法的局部更新形式来重新动态计算最短路径,如果整个火场发生较大的变动(未来预测失效),则按照一定的周期全量更新边权,进而保证规划的正确性.

4. 统筹模块

考虑所有情况,还应有一个函数模型,协调上述三个功能的执行,控制主循环,进行实时的状况监测、算法的调用、指令的发布和信息的反馈,处理各个模块间的数据传递,并在每个时间步结束时汇总消防员和人员状态,进行全局状态的更新.

综合所有的分析,规划器的数学模型主要可以划分为四个部分:预测、分配、路径规划和统筹,由于规划模型各个函数间复杂的非线性关系,以下部分使用计算机算法辅助数学函数表达的方式解决路径规划的难题.

4.5.4 路径规划数学模型建立

本小节给出救援路径规划器的核心数学模型,包括预测模型、规划模型、任务分配模型和统筹模型四个功能.其中,规划模型是本模型的核心创新所在.

经典 D^* Lite 算法^[21]的设计初衷是为机器人在已知静态地图发生局部变化的场景中进行路径重规划,其边权往往只能反映固定、已知的通行代价.然而,高层建筑火灾中最大的障碍并不是静止的墙壁和路程,而是随时间和空间剧烈演化的火场危险因子:温度、烟气和能见度,这些量会在分钟级时间尺度上发生显著变化,经典 D^* Lite 算法根本没有办法适应这种动态危险场的演化规律,其“变化发生后触发重规划”的反应机制在火灾场景中可能导致消防员在意识到危险时已经来不及改道.

针对这一根本性局限,本文创新提出预测式多目标 D^* Lite 算法,将预测和

重规划相结合.其核心思想是：将 4.3 节火灾发展模型对未来时刻节点危险值的预测信息直接嵌入 D^*Lite 算法的边代价函数中，使路径规划不仅评估“当前这条边有多危险”，还能预判“到达时这条边会变得多危险”。这一改进使算法能够在火势尚未恶化之前就提前调整路径，实现从“被动响应”到“主动规避”的转变。

以下各小节将依次给出数学定义、理论证明和算法流程。

4.5.4.1 预测模型

在传统的火灾救援中，救援方式以发生险情→实施救援的思路为主，存在很严重的决策滞后性，甚至盲目性的问题，极大地危及逃生人员和搜救人员的安全。而相对传统的火灾救援，本文基于火灾发展模型和人员行为模型，提出一种创新性的科学救援思路：监测实际险情→预测险情→提供救援建议→实施救援→调整险情，以“预测+决策”的模式，为科学救援提供数学决策模型。

为了满足未来路径规划的需求，需要估计未来一段时间内各个节点危险值的变化情况。从 4.3.7.1 节中对节点危险值的分析可以发现，节点危险值的大小主要和火灾发展态势，以及消防员行为有关。

虽然其他消防员在未来时间内可能改变环境状况，但由于不同消防员的分配任务不同、搜救区域较远等情况，以下简化问题：不考虑消防员决策的相互配合对结果的影响。

更进一步，为了使预测模型适应火灾发展和路径规划的动态性，因此，在模型中设定一个固定的更新周期（预测视野），在固定周内，危险值预测可以代表此节点的未来危险程度，在一个周期后，所有节点危险值都应该根据消防员的行为进行覆盖更新，从而维持预测模型的实时性。

4.5.4.2 规划模型

本小节定义本文的核心创新算法——预测式多目标 D^*Lite ，区别于 Koenig 原始论文中的经典 D^*Lite ^[21-22]。

1. 预测式边代价函数：

经典的 D^*Lite 算法中，边的代价仅仅能反映通行的时间，这种方法适合静态的环境，但是不适合火场的动态变化。

于是本文重新定义预测式的边的代价函数，以边的通行时间为主要成本，将终到该节点的未来预测危险值和被困自主人员数（ $H_p \geq 60\%$ 且 $s(p, t) = 1$ ）

作为额外成本负担和奖励，可以重新定义一个预测式的边的代价函数：

$$W_{uv} = \alpha \cdot \frac{L_{uv}}{v_f} + \beta \cdot F(v, t + \frac{L_{uv}}{v_f}) + \gamma \cdot (1 - \frac{\text{trap}(v)}{1 + \text{trap}(v)}).$$

其中各项的物理含义如下：

$\frac{L_{uv}}{v_f}$ ：通行时间成本，为消防员以速度 v_f 通过边 $e = (u, v)$ 所需要的时间，

这一项是为了保证最短路径的合理性，而不是为了追求一点安全性而绕远路。

$F(v, t + \frac{L_{uv}}{v_f})$ ：预测危险成本，为火灾发展模型（4.3 节）预测的，消防员到达节点 v 时该节点的综合危险值（定义见 4.3.7.1 节）。

这是本文算法的核心创新之一：所谓预测式的边代价就不仅取决于当前状态，还取决于消防员到达该节点时的未来状态，这样能使救援路径规划具有前瞻性和主动性。即使有些节点当前看起来是安全的，如果预测显示消防员到达时它将变得危险，算法也会倾向于选择其他路径。

$\gamma \cdot (1 - \frac{\text{trap}(v)}{1 + \text{trap}(v)})$ ：引导收益， $\text{trap}(v)$ 为当前节点被困但仍然具有自主行动能力的人数。

这是本文算法另外一个核心创新：增加引导消防员途径人员密集区的成本奖励，可以提高被困自主人员的逃生成功率。

即每条边默认携带一份“绕行附加费”，按其终点被困人员密度比例减免——引导收益以每边至多 γ 的“折扣”进入目标函数。若不修正而直接最小化以负项加入，巡逻环可能构成负环，最小代价路径不存在。

特别地考虑到，消防员途径一个节点并引导该节点的自主人员所用的时间成本，与该节点的人数并没有直接关联，即使引导多人比引导单人的收益更高，但是对代价函数的奖励不应该是线性的，于是在代价函数中使用比例形式将引导收益归一化，避免出现一个节点人员聚集过多导致消防员绕路的现象。

权重参数 $\alpha \beta \gamma$ 则决定了消防员在三个目标之间的权衡，具体的数值选取目前只能由经验给出，这也是本文的一大缺点，但是在 5.4 节将会对这些权重进行敏感性分析（对危险值权重与伤害速率系数做 $\pm 20\%$ 的扰动，在后续的论文改进中也可以引入机器学习优化模型的参数）。

注：建筑图在物理上无向联通，但由于预测项和引导收益， W_{uv} 与 W_{vu} 在两个方向上代价不等，所以在 D*Lite 算法中按照有向图处理。

2. 预测式多目标 D*Lite 的终止性与最优性验证

经典的 D*Lite 算法本质上是一种省略重复计算的 A* 算法——使用一个有限队列来存储所有局部不一致的节点，每个节点的优先值由 key 值决定：

$$key(v) = (\min(g(v), rhs(v)) + h(s_{start}, v), \min(g(v), rhs(v)))$$

其中 $h(s_{start}, v)$ 是从起点到 v 的启发式估计值，启发式估计值本质上是一个预期的通行时间，因此保证了算法每次都能优先处理 key 值最小的节点进行扩展。

而在经典 D*Lite 算法中，为了让算法保证找到最优解，启发式估计值必须满足以下两个条件：

(1) 最优性

$$h(s_{start}, v) \leq \text{真实代价}(s_{start}, v)$$

这个不等式表明启发式估计的距离不能高估真实的距离，不然算法就会错过真实的最优路径。

(2) 收敛性

$$h(s, v) \leq h(s, u) + h(u, v)$$

即通俗的“三角形两边之和大于第三边”，如果无法保证，算法就可能会陷在节点的循环中。

终止性与最优性验证：

由于构造的代价函数的三项均为非负：通行时间项、预测危险项，引导项相加，每条边的代价满足 $W_{uv} \geq 0$ ，这保证了图中不会出现负环（如果存在负环就会沿着负环重复绕行，总代价就会无限小）这是大部分最短路算法的基本保证，因此算法必然会终止。

在最优性上，前两个条件都严格成立，从起点到节点 v 的每条路径，其代价都不小于 $d(s_{start}, v)$ （起点到节点 v 的物理最短距离），而当 $\alpha \geq 1$ 时（本文取 $\alpha = 1$ ） $h(s_{start}, v) = d(s_{start}, v)/v_f$ ，所以不会存在高估真实代价的情况。一致性： $h(s_{start}, v)$ 作为启发式函数，满足三角不等式，因此，在每次进行重新规划的边权代价空间上，D*Lite 都可以返回综合代价 W_{uv} 的确定最优路线。

但是，需要指出不足的是：上述的“最优”只对当前的边权代价空间成立，而真实的火场会随着空间不断演化，本文以固定的周期重规划处理火场的时变性，但不能完全保证完全时变意义下的全局最优（时变最短路需要更强的条件才有最优性保证^[23]）。所以，在边代价函数中，我们考虑引入预测项的目标正是让每

次重规划时依据的边权空间，更加接近消防员实际到达时的火场状态，其效果由第 5 章对照实验检验，不属于本证明的一部分。

最后，引导项“收益”的绕行有显式上界：记 $\bar{W}_{uv} = \alpha \cdot \frac{L_{uv}}{v_f} + \beta \cdot F(v, t + \frac{L_{uv}}{v_f})$ 为不含引导项的纯代价，记 $D_{uv} = \gamma \cdot (1 - \frac{\text{trap}(v)}{1+\text{trap}(v)})$ 且 $0 < D_{uv} \leq \gamma$ ，则每条边 $W_{uv} = \bar{W}_{uv} + D_{uv}$ ，设 P 为算法在综合代价 W_{uv} 下选出的最优路径， Q 物理距离上的最短路径，则由于引导收益恒正，有 $\bar{W}(P) \leq W(P)$ ；又由 P 在 W 下的最优性可知： $W(P) \leq W(Q)$ ，但是在不添加引导收益时则有 $\bar{W}(Q) \leq \bar{W}(P)$ 。

本文标准场景的图直径为 8，所以 $k_Q \leq 8$ ，所以 $\bar{W}(P) - \bar{W}(Q) \leq W(P) - \bar{W}(Q) \leq W(Q) - \bar{W}(Q) = D(Q) \leq \gamma \cdot k_Q \leq 8\gamma$ ，虽然这样必然会延迟时间，但这一量级的绕行正是引导机制得以发挥作用的必要条件——以可控的代价换取沿途的引导救援机会，该代价是否值得，不由本节判断。

本文改进算法的最终目的并不只是为了找到一条全局最优的路径，而是为了实现“最大救援”的目标，所以牺牲一定距离上的全局最优和一定代价是可以换取更好救援引导收益是允许的甚至更优的，这也是我们要“多目标”优化经典的 D^*Lite 算法，加入预测项和引导收益项的原因。

3. 与经典 D^*Lite 的本质区别

表 4-4 本文预测式多目标 D^*Lite 与经典 D^*Lite 区别

对比维度	经典 D^*Lite (Koenig & Likhachev, 2002)	本文预测式多目标 D^*Lite
边代价函数	$W_{uv} = L_{uv}/v_f$ （仅物理距离/时间）	$W_{uv}(t) = \alpha \cdot L_{uv}/v_f + \beta \cdot F(v, t + L_{uv}/v_f) + \gamma \cdot (1 - \text{trap}(v)/(1 + \text{trap}(v)))$
环境信息来源	当前传感器读数（被动感知）	当前读数修正和火灾发展模型的预测值（主动规避）
重规划触发机制	边权变化发生后触发重规	预测危险值超阈值前提前改

	划（反应式）	道（预测式）
优化目标	单目标：最短路径	多目标：最短通行时间 + 最高安全性 + 最大引导收益

4.5.4.3 救助任务分配模型

在救援任务分配板块中，将耦合以上的人员行为概率模型和实际监测到的人员情况，进行消防救援任务的分配。

昏迷人员（ $H_i \leq 30HP$ ）由于失去自主行动能力而在建筑物的节点逗留，节点的生命消耗成本会持续地消耗昏迷人员的生命值。而临近昏迷被困人员（ $H_i \leq 60HP$ ）由于时间的拖延可能导致改变为昏迷状态。因此，根据消耗的速率来计算一个合理的最佳救援时间，从而确定不同程度昏迷人员的救援优先级。

给每一个消防员 F_i 设定一个有序的任务序列，任务类型一共有三种：

$R(v_i)$ （Rescue 任务）昏迷人员所在节点，代表救助昏迷人员。

$E(v_i)$ （Exit 任务）出口节点，代表释放昏迷人员。

$G(v_i)$ （Guide 任务）按照优先序列领取最近且被困人员最多的节点，进行引导式救援。

建立消防员的任务序列：

$$\text{Task}(f_i) = \{R(v_i), E(v_j), G(v_k), \dots\}.$$

根据实际情况，考虑约束条件如下：

1.容量约束：序列中相邻的出口任务之间救助任务的人员总数不能超过该消防员的最大救助容量，如果达到该容量，则必须插入一个距离最后救助点最近的出口任务。

2.唯一性约束：对于每一个昏迷人员，最多被分配给一个消防员。如果被分配给消防员 F_i ，需要满足该消防员的预计到达救援时间小于等于最佳救援时间，否则考虑重新分配。

3.引导约束：被困人员具有自主行动能力，不占用消防员的救助容量也不影响消防员的后续救援，被困人员受到引导之后可以沿着消防员授予路径向出口移动。

4.5.4.4 统筹模型

输入：建筑图 $G = (V, E)$ ，总模拟时长 T_{end} ，时间步长 Δt ，消防员集合 F

输出：各消防员的完整路径 $\Gamma_{f_i}(N)$ ，人员存活率统计

对于每个时间步 $t_n = n\Delta t$ ($n = 0, 1, \dots, \lfloor T_{\text{end}}/\Delta t \rfloor$) :

1. 数据读取：从火灾模型（4.3 节）读取当前时刻各节点的温度 $T_u(t_n)$ 、烟尘密度 $\rho_{s,u}(t_n)$ 、能见度 $S_u(t_n)$ 及预测危险值 $F(u, t_n + \Delta t)$ ；从人员行为模型（4.4 节）读取各节点的人员分布 $P_{\text{trap}}(t_n)$ 、 $P_{\text{conk}}(t_n)$ 及个体生命值 $H_p(t_n)$ 。

2. 任务分配：调用 4.5.4.3 节的任务分配模块，根据当前消防员状态 $(\text{pos}(f_i), C(f_i))$ 和人员状态，为每个空闲消防员生成任务目标。

3. 路径规划：对每个已分配任务的消防员，调用 4.5.4.2 节的预测式多目标 $D^* \text{ Lite}$ 算法，计算从当前位置 $\text{pos}(f_i)$ 到目标节点的最优路径，输出下一步移动节点 v_{next} 。

4. 状态更新：将所有消防员沿各自路径移动一个时间步 Δt ，更新 $\text{pos}(f_i)$ 和 $\Gamma_{f_i}(t)$ ；若消防员到达 R 任务目标且 $C(f_i) > 0$ ，则救助对应昏迷人员 ($C(f_i) \leftarrow C(f_i) - 1$ ，人员状态 $s(p, t) \leftarrow 1$)；若到达 E 任务目标，则释放所有携带人员 ($C(f_i) \leftarrow C_{\text{max}}$ ，人员状态 $s(p, t) \leftarrow 3$)。

5. 终止判断：若 $t_n = T_{\text{end}}$ 或所有人员均已生还或死亡 ($P_{\text{active}} \cup P_{\text{trap}} \cup P_{\text{conk}} = \emptyset$)，终止循环；否则 $n \leftarrow n + 1$ ，返回步骤 1。

4.5.5 模型小结

救援路径规划器模型，以最大化生还人数为目标，为多名消防员进行动态任务分配与路径规划。在每一个任务重规划周期（10s）优先昏迷人员分配给在其存活窗口内到达的消防员，若无则选择最近且引导收益最大的被困人员节点，无任务时消防员返回最近出口。路径规划采用预测式多目标 $D^* \text{ Lite}$ 算法，边代价综合考虑通行时间、终点预测危险值和引导收益奖励，并能实时适应火场环境变化。消防员救助容量为 2 人，携带伤员后须先护送至安全出口，从而在动态火势中实现科学、高效的救援决策。

第 5 章 模型求解

根据 4 中建立的三个子模型（火灾模型、人员行为模型、救援路径规划器），本节给出完整的代入数值求解方案。

整体求解流程图如下：

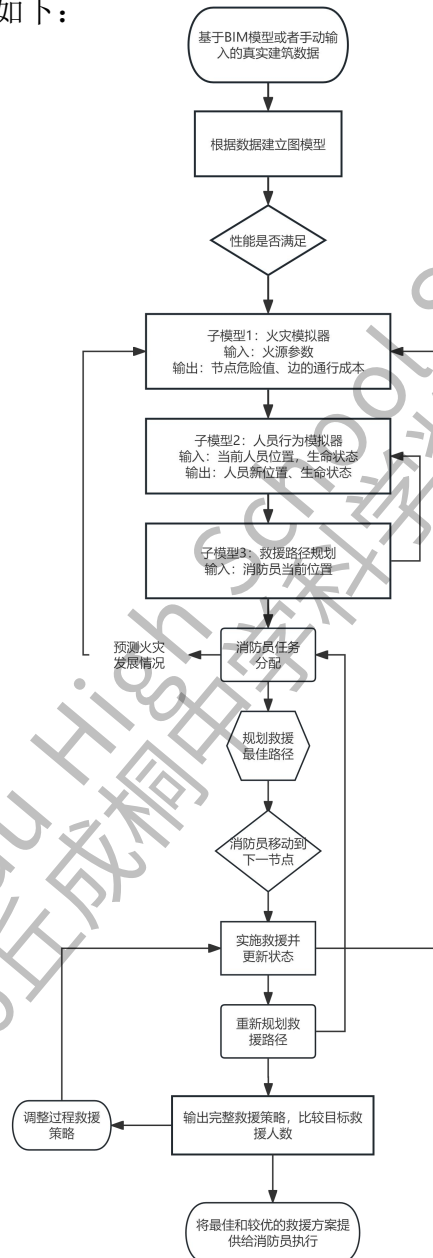


图 5-1 整体求解流程图

5.1 火灾模型的微分方程与离散化求解

5.1.1 火灾热释放速率

在每个时间步 $t_n = n\Delta t$ ，直接代入 4.3.3 的增长模型：

$$Q_t(t_n) = \alpha t_n^2, \quad Q_c(t_n) = \chi_c Q_t(t_n).$$

其中 $\alpha = 0.0469 \text{ kW/s}^2$ ， $\chi_c = 0.7$ （快速火）。

5.1.2 节点温度变化

5.1.2.1 常微分方程组求解方法的选择

如上所述，本文所描述的温度场，在连续空间中本质上是热传导偏微分方程组（PDEs）的问题，而为了在计算机上求解，本文用离散化图模型的形式，建立的常微分方程组（ODEs），而对于这类常微分方程问题，常见的方法分为单步法与多步法，显式法和隐式法。而考虑到本模型需要与救援规划模型实时耦合，每一个时间步都要快速更新环境状态，因此，采用显式单步法，减少迭代求解非线性方程组带来的计算开销。在显式单步法中，常见的此类方法包括欧拉法和龙格-库塔法，其中高阶方法（此处以 4 阶龙格-库塔法为例）能通过在步长减小时更快速地降低误差来显著提高计算精度。

两个方法的对比如下：

表 5-1 欧拉法与 4 阶龙格库塔法对比

指标	欧拉法	4 阶龙格-库塔法
局部误差	$O(\Delta t^2)$	$O(\Delta t^5)$
计算复杂度	低	中等

因此，本文采用显式 RK4 为主要的求解方法，以此来保证温度场与烟气场的数值精度。

注：对于以上常微分方程组的刚性分析：下式（5-1）（火源节点）与式（5-2）（非火源节点）所构成的常微分方程组中，温度梯度是由扩散驱动的，热传导、热对流与热辐射等物理过程的时间常数都在 $10^1 \sim 10^3 \text{ s}$ 量级，所以各个节点的温度变化率 f_i 对状态变量 T 的变化较平缓，所以不存在时间尺度相差几个数量级的快速变化的分量。因此，该方程组属于非刚性系统，使得显式 RK4 能够在每个时

间步稳定地推进计算，不需要使用隐式格式。

5.1.2.2 火场状态空间向量化表述

由 4.3.4.2 中，

火源所在节点温度变化与对流热释放加热、环境热损失间的关系：

$$\frac{dT_{fire}}{dt} = \frac{Q_c(t)(1 - \chi_r)}{\rho c_p V_{fire}}.$$

式 (5-1)

任意非火源节点，温度变化由热传导、热对流、热辐射三者共同作用：

$$\frac{dT_i}{dt} = \frac{1}{\rho c_p V_i} \sum_{j \in N(i)} \left(\frac{A_{ji} \lambda_{ji}}{d_{ji}} (T_j - T_i) + \sigma \epsilon A_{ij} (T_j^4 - T_i^4) + k_{conv} (T_j - T_i) \right) + \epsilon_i \chi_r Q_c(t).$$

式 (5-2)

注：式 (5-2) 中导热、辐射与对流三项按 W 计算后统一折算为 kW，与火源辐射源项 $Q_c(t)$ 的单位一致，以保证式中各项量纲统一。

将式 (5-1) 与 (5-2) 统一改写为以下的 ODE 问题：

$$\frac{d\mathbf{T}}{dt} = \mathbf{f}(t, \mathbf{T}), \quad \mathbf{T}(0) = \mathbf{T}_0$$

其中：

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_n \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^n, \quad \mathbf{f}(t, \mathbf{T}) = \begin{bmatrix} f_1(t, \mathbf{T}) \\ f_2(t, \mathbf{T}) \\ \vdots \\ f_n(t, \mathbf{T}) \end{bmatrix}$$

向量函数 $\mathbf{f}$ 的每一个分量 f_i 对应于节点 i 的温度变化率，其具体的表达式由式 (5-1)（火源节点）与式 (5-2)（非火源节点）决定。

该方程组创新性地将连续空间中的热交换偏微分方程在图模型上离散为一组耦合的常微分方程，其物理含义为：每个节点的温度变化率由该节点与所有邻居节点的温度差所驱动的热交换共同决定，而火源节点只是额外增加了燃烧释放的热量。

5.1.2.3 4 阶龙格-库塔法迭代格式

本文使用 4 阶龙格-库塔法，对上述常微分方程组在每一步 $t_n \rightarrow t_{n+1} = t_n + \Delta t$ 进行数值求解：

假设时间步长为 Δt （本文取 $\Delta t = 1s$ ），已知第 n 步的温度向量 $\mathbf{T}^n$ ，则第 $n+1$ 步的温度向量 $\mathbf{T}^{n+1}$ 由以下公式来计算：

$$\mathbf{T}^{n+1} = \mathbf{T}^n + \frac{\Delta t}{6} (\mathbf{k}_1 + 2\mathbf{k}_2 + 2\mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4)$$

其中的四个斜率向量 $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3, \mathbf{k}_4 \in \mathbb{R}^n$ ，分别定义为：

$$\begin{cases} \mathbf{k}_1 = \mathbf{f}(t_n, \mathbf{T}^n) \\ \mathbf{k}_2 = \mathbf{f}(t_n + \frac{\Delta t}{2}, \mathbf{T}^n + \frac{\Delta t}{2} \cdot \mathbf{k}_1) \\ \mathbf{k}_3 = \mathbf{f}(t_n + \frac{\Delta t}{2}, \mathbf{T}^n + \frac{\Delta t}{2} \cdot \mathbf{k}_2) \\ \mathbf{k}_4 = \mathbf{f}(t_n + \Delta t, \mathbf{T}^n + \Delta t \cdot \mathbf{k}_3) \end{cases}$$

以上各向量的物理含义如下

$\mathbf{k}_1$ ：当前时刻 t_n 的梯度，用于估计半个步长后的状态。

$\mathbf{k}_2$ ：用向 $\mathbf{k}_1$ 外推 $t_n + \frac{\Delta t}{2}$ 处的梯度。

$\mathbf{k}_3$ ：用向 $\mathbf{k}_2$ 向外推半个时间步长处的梯度。

$\mathbf{k}_4$ ：用向 $\mathbf{k}_3$ 再向外推半个时间步长处的梯度。

注：上式中的 $\mathbf{T}^{n+1}$ 与 $\mathbf{k}_i$ 均为 n 维向量，虽然各个节点的温度通过热传导、对流与辐射项形成相互耦合的非线性常微分方程组。即节点 i 的变化率依赖于相邻节点 j 的温度 T_j ，因此，无法单独地求解，然而，显式 RK4 的数值计算是对向量各分量进行独立的算数运算，在实际的计算中，这种耦合关系是被包含在 $\mathbf{f}$ 函数的计算中的，因此，才能用显式 RK4 的向量形式来求解该耦合的非线性常微分方程组，而且比显式欧拉法更加精准。

5.1.2.4 迭代步骤

使用 4 阶龙格-库塔法，对每个时间步 $n = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ （其中 $N = T_{\text{end}}/\Delta t$ ），依次执行以下步骤

1. 计算火源热释放速率

$$Q_c(t_n) = \chi_c Q_t(t_n).$$

若 $t_n = 0$ ，令 $Q_t(0)$ 为火源初始热释放速率，取 $Q_t(0) = 100kW$ （对应小型火灾的初始阶段，假设火源已经燃烧约 46s）；相应的对流释放量为 $Q_c(0) =$

$$\chi_c Q_t(0) = 70\text{kW}.$$

2. 计算斜率向量 $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3, \mathbf{k}_4$

对于每一个节点 $i = 0, 1, 2, \dots, n$ 利用当前温度 $\mathbf{T}^n$ 计算：

$$\begin{cases} k_{1,i} = f(t_n, \mathbf{T}^n) \\ k_{2,i} = f(t_n + \frac{\Delta t}{2}, \mathbf{T}^n + \frac{\Delta t}{2} \cdot k_{1i}) \\ k_{3,i} = f(t_n + \frac{\Delta t}{2}, \mathbf{T}^n + \frac{\Delta t}{2} \cdot k_{2i}) \\ k_{4,i} = f(t_n + \Delta t, \mathbf{T}^n + \Delta t \cdot k_{3i}) \end{cases}$$

3. 更新温度向量

按照 RK4 公式来更新温度向量：

$$\mathbf{T}_i^{n+1} = \mathbf{T}_i^n + \frac{\Delta t}{6} (k_{1i} + 2k_{2i} + 2k_{3i} + k_{4i}), \quad i = 1, 2, \dots, n$$

4. 边界检验

若 $\mathbf{T}_i^{n+1} < T_0$ ，则令 $\mathbf{T}_i^{n+1} = T_0$ （对应环境温度）；节点为火源节点，则

有温度的上限，即 $\mathbf{T}_i^{n+1} > T_{\max, T}$ （ $T_{\max, T} = 1200\text{K}$ ），令 $\mathbf{T}_i^{n+1} = T_{\max, T}$ （主要是为了防止高温区温度超过阈值）。

5. 进入下一个时间步

令 $n = n + 1$ ，返回步骤 1 直到 $n = N$ ，结束该循环。

初始条件：

模拟开始时，所有节点温度设为环境温度：

$$\mathbf{T}_i^0(0) = T_0 = 293\text{K}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

火源节点的初始温度设定为 $\mathbf{T}_{\text{fire}}(0) = 600\text{K}$ 。

将该模型进行函数可视化如下：

左下角为火源节点，热量从此节点向外散发，逐渐影响其他相邻节点的温度（红色表示温度变高）。

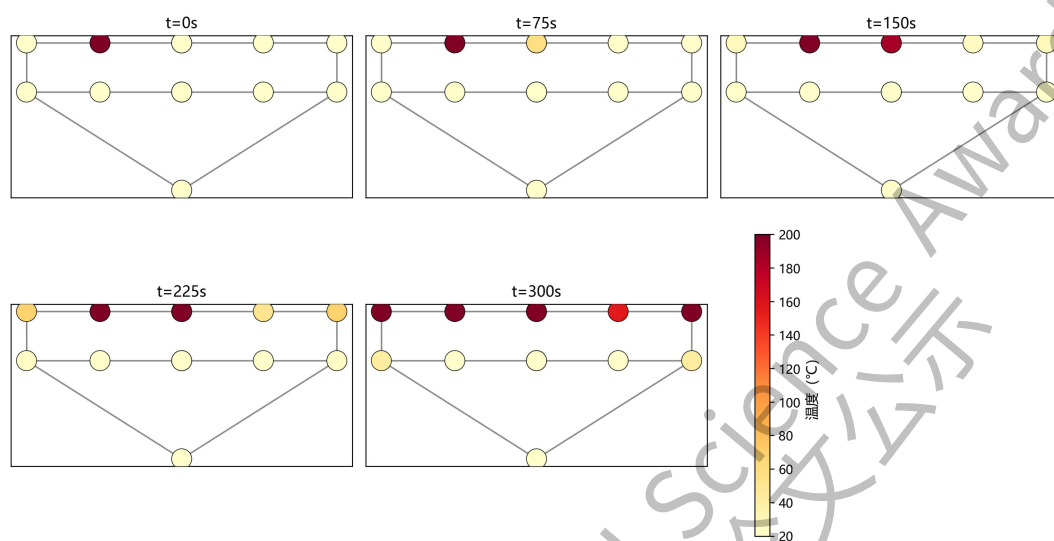


图 5-2 节点温度变化图

图 5-3 t=599s 时的节点温度场

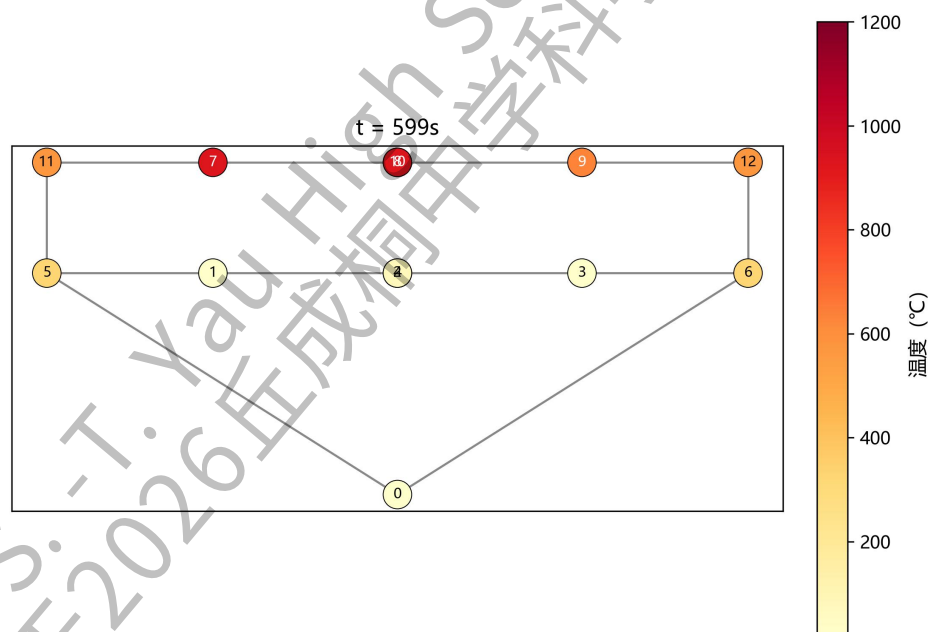


图 5-3 599s 时的节点温度图

5.1.3 节点烟尘变化

5.1.3.1 烟尘方程空间向量化表述

由 4.3.5.2，对于任意节点 u ，烟尘质量变化率等于所有相邻节点通过扩散流入或流出该节点的净通量之和，加上火源节点自身的生成项满足质量守恒方程：

$$\frac{dm_{soot,u}}{dt} = \sum_{v \in N(u)} \dot{m}_{soot,v \rightarrow u}(t) + \dot{m}_{soot,gen,u}(t) \quad (5-3)$$

其中 $N(u)$ 表示可以连接到当前节点的点集
将式 (5-3) 统一改写为以下的 ODE 问题：

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \mathbf{g}(t, \mathbf{M}), \quad \mathbf{M}(0) = \mathbf{M}_0$$

其中：

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_n \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^n, \quad \mathbf{g}(t, \mathbf{M}) = \begin{bmatrix} g_1(t, \mathbf{M}) \\ g_2(t, \mathbf{M}) \\ \vdots \\ g_n(t, \mathbf{M}) \end{bmatrix}$$

向量函数 $\mathbf{g}$ 的每一个分量 g_u 对应于节点 u 的烟尘质量变化率，其表达式为

$$g_u(t, \mathbf{M}) = \sum_{v \in N(u)} k_{v \rightarrow u}(t) \cdot A \cdot \left(\frac{m_{soot,v}}{V_v} - \frac{m_{soot,u}}{V_u} \right) + \dot{m}_{soot,gen,u}(t)$$

其中：

$N(u)$ 为与节点 u 相邻的所有节点的集合

$k_{v \rightarrow u}(t) = k_0(T_v/T_\infty)^{3/2}$ ，通过节点温度进行系数修正

A 为节点间的开口面积，在本文中取常数 $4m^2$

V_v, V_u 为节点的体积

$\dot{m}_{soot,gen,u}(t)$ 当且仅在火源节点非零，由烟尘产率公式给出：

$$\dot{m}_{soot,gen,u}(t) = Y_s \cdot Q_t(t)/\Delta H_c.$$

非火源节点的生成项为 0.

5.1.3.2 4 阶龙格-库塔法迭代格式

使用与 5.1.2.3 相似的 4 阶龙格-库塔法, 对上述常微分方程组在每一步 $t_n \rightarrow t_{n+1} = t_n + \Delta t$ 进行数值求解:

假设时间步长为 Δt (本文取 $\Delta t = 1s$), 已知第 n 步的烟尘质量向量 $\mathbf{M}^n$, 则第 $n+1$ 步的烟尘质量向量 $\mathbf{M}^{n+1}$ 由以下公式来计算:

$$\mathbf{M}^{n+1} = \mathbf{M}^n + \frac{\Delta t}{6} (\mathbf{q}_1 + 2\mathbf{q}_2 + 2\mathbf{q}_3 + \mathbf{q}_4)$$

其中的四个斜率向量 $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}_3, \mathbf{q}_4 \in \mathbb{R}^n$, 分别定义为:

$$\begin{cases} \mathbf{q}_1 = \mathbf{g}(t_n, \mathbf{M}^n) \\ \mathbf{q}_2 = \mathbf{g}(t_n + \frac{\Delta t}{2}, \mathbf{M}^n + \frac{\Delta t}{2} \cdot \mathbf{q}_1) \\ \mathbf{q}_3 = \mathbf{g}(t_n + \frac{\Delta t}{2}, \mathbf{M}^n + \frac{\Delta t}{2} \cdot \mathbf{q}_2) \\ \mathbf{q}_4 = \mathbf{g}(t_n + \Delta t, \mathbf{M}^n + \Delta t \cdot \mathbf{q}_3) \end{cases}$$

5.1.3.3 迭代步骤

与温度场一一对应, 使用 4 阶龙格-库塔法, 对每个时间步 $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$ (其中 $N = T_{\text{end}}/\Delta t$), 依次执行以下步骤:

1. 计算火源烟尘生成速率

若当前节点为火源节点, 按照烟尘产率公式计算:

$$\dot{m}_{\text{soot,gen},u}(t) = Y_s \cdot Q_t(t)/\Delta H_c.$$

若 $t_n = 0$, 令 $\dot{m}_{\text{soot,gen}}(0)$ 为初始烟尘生成速率, 取 $Q_t(0) = 100\text{kW}$ 代入以

上公式得到 $\dot{m}_{\text{soot,gen}}(0) = 0.015 \times 100/25000 = 6 \times 10^{-5} \text{kg/s}$.

2. 计算斜率向量 $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}_3, \mathbf{q}_4$

对于每一个节点 $u = 0, 1, 2, \dots, n$ 利用当前烟尘质量向量 $\mathbf{M}^n$ 计算:

$$\begin{cases} \mathbf{q}_{1,i} = \mathbf{g}_u(t_n, \mathbf{M}^n) \\ \mathbf{q}_{2,i} = \mathbf{g}_u(t_n + \frac{\Delta t}{2}, \mathbf{M}^n + \frac{\Delta t}{2} \cdot \mathbf{q}_{1,i}) \\ \mathbf{q}_{3,i} = \mathbf{g}_u(t_n + \frac{\Delta t}{2}, \mathbf{M}^n + \frac{\Delta t}{2} \cdot \mathbf{q}_{2,i}) \\ \mathbf{q}_{4,i} = \mathbf{g}_u(t_n + \Delta t, \mathbf{M}^n + \Delta t \cdot \mathbf{q}_{3,i}) \end{cases}$$

其中 $\mathbf{g}_u$ 的具体计算方式为:

遍历所有相邻节点 $v \in N(u)$ ，按照扩散公式 $\dot{m}_{soot,v \rightarrow u} = k_{v \rightarrow u} \cdot A \cdot$

$\left(\frac{m_{soot,v}}{V_v} - \frac{m_{soot,u}}{V_u}\right)$ 汇总净通量，若 u 为火源节点，叠加生成烟尘项 $\dot{m}_{soot,gen}$ 。

3. 更新烟尘质量向量

按照 RK4 公式来更新烟尘质量向量：

$$m_u^{n+1} = m_u^n + \frac{\Delta t}{6} (q_{1,u} + 2q_{2,u} + 2q_{3,u} + q_{4,u}), \quad u = 1, 2, \dots, n$$

4. 边界检验

若 $m_u^{n+1} < 0$ ，则令 $m_u^{n+1} = 0$ （烟尘质量不可能为负数）；若节点为火源节点，烟尘质量超过烟尘充满整个房间时对应的质量，即 $m_u^{n+1} > m_{\max}$ （ $m_{\max} = \rho_{\max} V_u$ ），则令 $m_u^{n+1} = m_{\max}$ 。

5. 计算烟尘密度

更新后计算节点的烟尘密度

$$\rho_{s,u}^{n+1} = \frac{m_u^{n+1}}{V_u}$$

6. 进入下一个时间步

令 $n = n + 1$ ，返回步骤 1 直到 $n = N$ ，结束该循环。

初始条件：

模拟开始时，所有节点烟尘质量均设为零：

$$m_u^0(0) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

火源节点的初始烟尘质量也设定为零 $m_{fire}(0) = 0$ 。

同样生成节点的烟尘变化图：

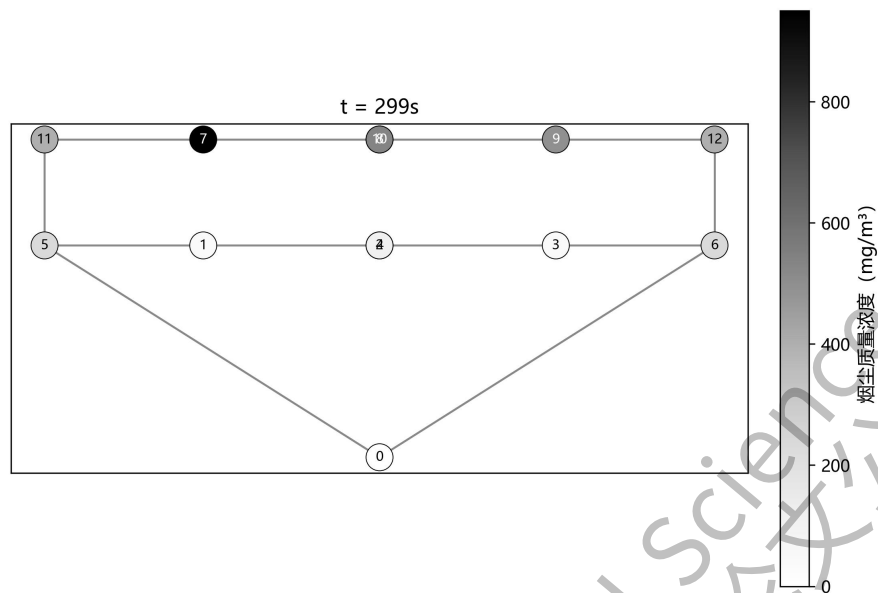


图 5-4 299s 时的烟尘浓度图

可以明显地看到，在左下角火源节点处的烟尘浓度处于最高值，而且呈现向外扩散的趋势，符合火灾发展的规律。

对于所有节点，烟尘的扩散也呈现上升的趋势：

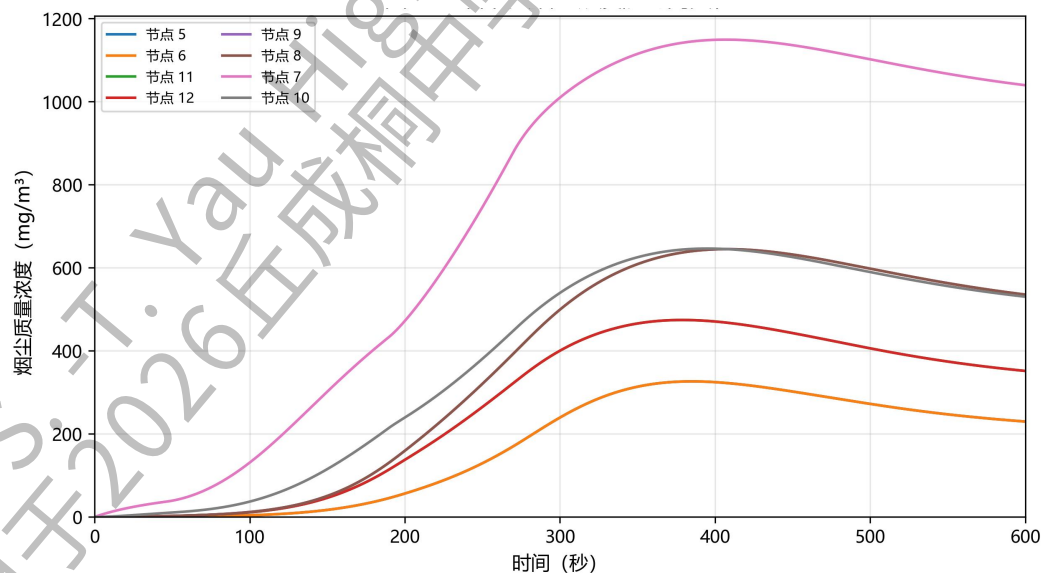


图 5-5 各节点烟尘浓度随时间变化图

最后，根据与烟尘浓度计算同理来计算烟气中 CO 的浓度：

生成的 CO 随烟气一起扩散，服从与烟气相同的质量守恒方程与扩散机制。

对于任意节点 u ，CO 质量 $m_{CO}(u)$ 满足：

$$\frac{dm_{CO,u}}{dt} = \sum_{v \in N(u)} \dot{m}_{CO,v \rightarrow u}(t) + \dot{m}_{CO,gen,u}(t) \quad (5-4)$$

将式 (5-4) 统一改写为以下的 ODE 问题：

$$\frac{d\mathbf{M}_{CO}}{dt} = \mathbf{g}(t, \mathbf{M}_{CO}), \quad \mathbf{M}_{CO}(0) = \mathbf{M}_{0CO}$$

火源节点的生成项 $\dot{m}_{CO,gen}(t)$ 仅在火源节点非零，根据一般建筑火灾的可燃物，选取 $y_{CO} = 0.01 \text{ kg/MJ} = 1 \times 10^{-5} \text{ kg/kJ}$ ，计算公式为：

$$\dot{m}_{CO,gen}(t) = y_{CO} \cdot Q_t(t).$$

其他节点按烟气扩散公式类比计算：

$$\dot{m}_{CO,v \rightarrow u}(t) = k_{v \rightarrow u} \cdot A \cdot \left(\frac{m_{CO}(v)}{V_v} - \frac{m_{CO}(u)}{V_u} \right).$$

扩散系数 $k_{v \rightarrow u}$ 与温度的关系同 4.3.5.2 节.

迭代格式采用与烟气完全相同的 4 阶龙格-库塔形式求解，此处不再赘述.

得到节点 u 的 CO 质量后，其体积浓度 $C_{CO}(u)$ (单位 ppm) 按下式计算：

$$C_{CO}(u)[\text{ppm}] = \frac{V_m m_{CO}(u)}{V_u M_{CO}} \times 10^6.$$

5.1.4 节点危险值与生命消耗的计算

根据火灾发展情况的求解得到 T_i^{n+1} 、 $\rho_{s,i}^{n+1}$ 、 S_i^{n+1} 后，代入 4.3.7.1 的加权公

式计算节点危险值 F_i^{n+1} ：

$$F_i^{n+1} = \min(1, w_T F_T + w_C F_C + w_S F_S).$$

生命消耗的微分方程将在人员行为模型中离散化求解 (见 5.2 节).

随着时间的变化，所有人员的平均生命值均下降.

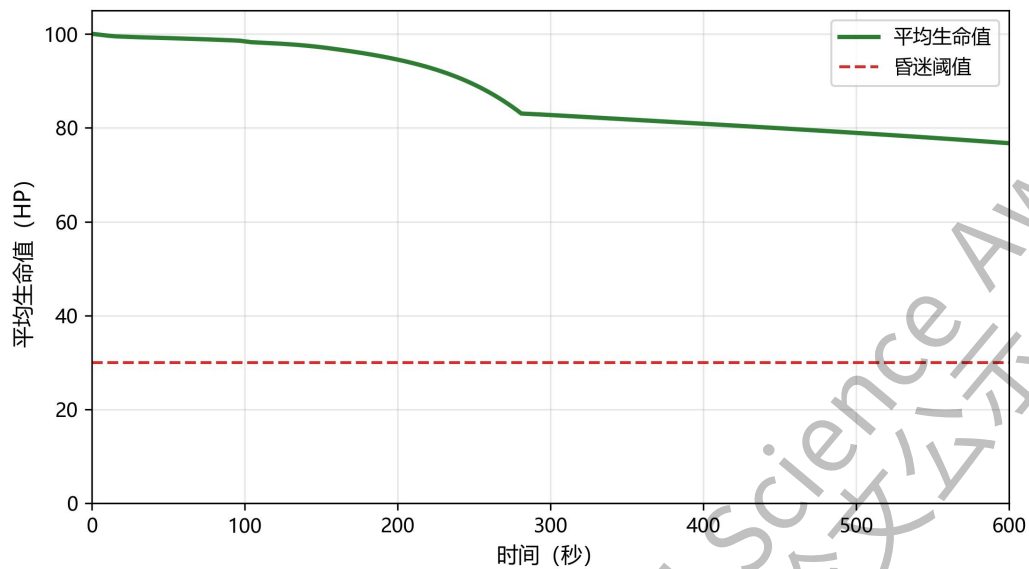


图 5-6 人员生命值随时间变化图

5.2 人员行为模型的求解

5.2.1 个体初始化

根据各节点初始人数 $\text{pop}_0(v)$ ，生成个体列表 P 。

对每个个体 p ，随机分配行为类型：主动逃生型（1/3）、盲目移动型（1/3）、被动等待型（1/4）、固定隐蔽型（1/12）。

生命值 $H_p = 100 \text{ HP}$ 。

移动速度 $v_p = 1 \text{ m/s}$ 。

初始位置为对应节点，记录当前所在节点 $\text{pos}(p)$ 。

5.2.2 时间循环

对每个存活个体 p （从上一时间步继承位置），分别进行环境感知，生死判定和行为决策步骤，并且更新其移动后的位置。

5.2.2.1 环境感知

获取当前节点 $u = \text{pos}(p)$ 的危险值 F_u 、温度 T_u 、烟尘密度 $\rho_{s,u}$ 、能见度 S_u 。

若个体认知半径仅限于邻接节点，则遍历邻接节点 $v \in N(u)$ ，获取其邻接节点的危险值 F_v 等。

5.2.2.2 生死判定

瞬时死亡：若 $T_u > 393 K$ ($120^\circ C$) 标记死亡，跳过后续步骤；CO 的伤害始终通过生命值消耗方程积累。

累积伤害：按第 4.3.7.2 节离散公式计算节点停留生命消耗：

$$\Delta H_{\text{node}} = (\alpha_T F_T + \alpha_C F_C) \Delta t.$$

其中 $\alpha_T = 0.833$, $\alpha_C = 0.111$, F_T, F_C 由第 4.3.7.1 节定义。

若 $H_p - \Delta H_{\text{node}} \leq 0$ ，标记死亡；否则更新该个体的生命值 $H_p \leftarrow H_p - \Delta H_{\text{node}}$ 。

5.2.2.3 行为决策（仅存活个体）

1. 主动逃生型：

计算当前节点及每个可通行邻接节点 v ($F_v \leq 0.6$) 的感知代价：

$$U_{uv} = \varphi \cdot \frac{d_{v,\text{exit}}}{v_{\max}} + v \cdot F_T(v, t) + \mu \cdot F_S(v, t).$$

其中 $\varphi = 1.0$, $v = 2.0$, $\mu = 2.0$, $d_{v,\text{exit}}$ 为节点 v 到最近出口的最短路径距离

（预计算）。使用 Softmax 函数计算选择概率：

$$p_{uv} = \frac{\exp(-U_{uv})}{\sum_{k \in N(u)} \exp(-U_{uk})}.$$

按最大概率选择下一节点 v_{next} 。

2. 盲目移动型：从可通行邻接节点中均匀随机选择一个；若没有可通行的邻接节点则 $v_{\text{next}} = u$ 。

3. 被动等待型：默认 $v_{\text{next}} = u$ ；若 $F_u > 0.6$ ，则临时转为盲目移动型（随机游走一步）。

4. 固定隐蔽型：若尚未隐蔽，则选择 $\min_{v \in N(u) \cup \{u\}} \left(v \frac{T_v}{T_{\text{crit}}} + \mu \frac{\rho_{s,v}}{\rho_{\text{crit}}} \right)$ 作为目标节点，移动一次后标记为已隐蔽；若已隐蔽且当前节点 $F_u > 0.6$ ，则重置隐蔽状态，重新

选择.

5.2.2.4 移动与边生命消耗

若 $v_{next} = u$ ，则停留一个时间步，无额外消耗.

若 $v_{next} \neq u$ ，设边长为 L_{uv} ，移动时间 $T_{move} = L_{uv}/v_p$.

边生命消耗按离散公式计算：

$$\Delta H_{edge} = \left(\alpha_T \frac{F_T(u) + F_T(v)}{2} + \alpha_C \frac{F_C(u) + F_C(v)}{2} \right) T_{move} + \lambda L_{uv}.$$

若 $T_{move} \leq \Delta t$ ，则本时间步内到达 v_{next} ，直接扣除 ΔH_{edge} .

若 $T_{move} > \Delta t$ ，则记录剩余移动时间，下一时间步继续移动，每一步按实际占比扣除生命值.

移动过程中若生命值耗尽则标记死亡.

5.2.2.5 到达出口

若 $typeN(v_{next}) = exit$ ，则标记 p 为成功生还，不再参与后续模拟.

5.3 救援路径规划器的求解

5.3.1 时间离散与状态变量

设该模型总模拟时长为 T_{end} ，每一个时间步为 $t_n = n\Delta t$ ，定义矩阵来表示当前时刻火灾的环境变量：

所有节点的危险值矩阵： $D(t_n) = [D(v, t_n)]_{v \in V}$.

所有消防员的当前状态： $F_i(t_n) = (pos(f_i), Cf(f_i), target_i(t_k))$.

所有人员的状态 $P_j(t_n) = (pos(p_j), t_{max}(p_j), cond(p_j))$.

5.3.2 救援任务分配

在每一个重新任务规划周期（10s），若消防员 f_i 当前空闲， $C(f_i) \geq 1$ 时，有以下任务分配规则：

（第一优先级）对于每一个昏迷人员 $p \in P_{\text{conk}}(t)$ ，处于昏迷状态，消防员预计到达的时间必须满足：

$$t_{\text{arrive}}(f_i, u) \leq t_{\text{survive}}(p, t)$$

采用 b-匹配的模式为消防员匹配昏迷人员，以 $t_{\text{arrive}}(f_i, u)$ 为图的边权，其中 $t_{\text{arrive}}(f_i, u)$ 为消防员 f_i 从当前位置 $v = \text{pos}(f_i)$ ，到节点 u 的最短通行时间，距离由图模型中节点间的实际物理距离给出。

（第二优先级）如果消防员已经携带昏迷人员且达到最大容量， $C(f_i) = 0$ 目标强制设定为最近的安全出口。

（第三优先级）若只存在被困人员节点，则按照优先级为消防员分配最近而且被困人员最多的节点作为移动目标，当消防员当前所在节点已经有被困人员时，直接触发护送模式。

（第四优先级）如果没有分配任何任务，则目标设置为最近的安全出口。

在重新规划任务周期对消防员的任务进行更新。

5.3.3 动态路径规划

(1) 核心代价函数

对于当前进行规划的消防员 f_i ，若该消防员的目标是从当前起点 s 到达目标节点 g_{goal} ($s, g_{\text{goal}} \in V$)，定义两个代价函数：

$g(v)$ ：从节点 v 到目标节点 g_{goal} 的当前代价估计（过去的代价）。

$$\text{rhs}(v) = \min_{u \in N(v)} (g(u) + W_{vu}(t))$$

$\text{rhs}(v)$ ：基于当前边权估计下一个节点的走向函数（当前的代价）。

$N(v)$ ：从节点 v 出发可以到达的所有相邻节点（后继节点）。

$W_{uv}(t)$ ：预测性边代价函数。

其中 t 的取值取本次重规划时刻加上从起点到当前边终点 u 的物理最短距离对应的时间，由于物理最短距离不会大于实际的路径长度，因此预测性边代价函数并不会被高估，而且在每次重规划中，边权都是一个确定的函数。

初始化条件：设 $g(v) = \text{rhs}(v) = \infty, \text{rhs}(g_{\text{goal}}) = 0$ ，以目标节点开始，计算从每个节点到目标节点的最短路径。

(2) 优先队列与 key 值

然后维护一个节点的队列：所有 $g(v) \neq rhs(v)$ 的局部不一致节点都被存放在优先队列 U 中。

使得优先级最高的节点的 $key(v)$ 值最小（先比较第一项，若相等再比较第二项）：

$$key(v) = (\min(g(v), rhs(v)) + h(s_{start}, v), \min(g(v), rhs(v))).$$

其中 $h(s_{start}, v)$ 为启发式估计值， $h(s_{start}, v) = d(s_{start}, v)/v_f$ ， $d(s_{start}, v)$ 节点 v 到起点的最短物理距离（基于 4.2 节图模型预计算）， v_f 为消防员移动速度，启发式估计值保证了算法在寻找最短路径的框架内执行。该启发函数满足收敛性（论证见 4.5.4.2 节）。

而 Key 值采用字典序比较，值越小的节点优先级越高，越先被扩展。

(3) 环境变化的应对机制

如果节点发生不一致性变化：

若 $g(u) > rhs(u)$ ：则该节点的代价被高估了，此时更新节点的代价，使得：

$$g(u) = rhs(u).$$

然后应该扩展所有能到达 u 的节点的值的变化的。

否则若 $g(u) < rhs(u)$ ：则该节点的代价被低估了，此时令 $g(u) = \infty$ ，标记该节点为需要重新计算，并重新计算当前节点的 $rhs(u)$ 值并且进行扩展。

重复执行以上操作，直到优先队列为空，或者优先队列顶节点的 key 值不小于起点的 key 值而且起点满足 $g(s_{start}) = rhs(s_{start})$ ，找到一条当前最优的路径，这种方法让改进后的 D^*Lite 算法在物理距离的框架内选择综合代价最短的路径而不是物理上的距离最短。

最后，运用执行整个模型，输出模型结果。

5.3.4 模型仿真实验与结果分析

由于本模型中涉及的公式、算法较为复杂，使用交互面板可视化输出来呈现最终的救援结果：选取多种视图（3D 建筑模型和 2D 交互视图）呈现图模型和消防员的位置，并建立温度、烟气分布图和人员健康值、以及人员存活率曲线来体现多种因素的实时变化。

在可视化之外，本节的核心结论来自一组可以复现的对照实验：所有实验使

用同一套代码、同一火灾场景，仅改变救援策略，保证不同策略在完全相同的人员分布与火场演化下比较。（注：在以下不同对照实验中所有“标准场景”有固定的场景定义，但是在实验中使用的是不同的实验数据，所以实验结果略有差别，但在同一对照实验中实验数据一定是完全一致的）

5.3.4.1 实验设置

标准场景为 5 层楼，每层有 6 个房间的双走廊环形办公楼（每层 10 个节点：6 个房间、2 条走廊、2 部电梯，有 1 个出口设置在最底层），30 名人员按照四种行为分布（“自主移动型”（主动逃生和盲目移动）占约 2/3，其余为等待型、隐蔽型，等待型与隐蔽型为“不会自主逃生”的被动型人员，约占 1/3）均匀分布在办公楼中。3 名消防员从最底层出口进入；火源位于顶层走廊快速火 $\alpha=0.0469 \text{ kW/s}^2$ ；

一共按照五种实验策略，分为相同的五组进行仿真实验，每组实验运行十次取平均值，仿真时间一共 1200 s.

5.3.4.2 对照实验策略

表 5-2 五种对照实验策略

选择策略	策略说明	预测项	引导机制
experiment	本文模型	开	开
no_predict	关闭预测项	关	开
no_guidance	关闭引导机制	开	关
random	消防员随机游走	——	——
none	没有消防员	——	——

5.3.4.3 对照实验结果

表 5-3 对照实验结果

选择策略	生还人数	自主逃生	死亡	消防员总行程	消防员暴露
experiment	26.0±1.7	25.0±1.5	2.5±1.4	351±31	460±306
no_predict	26.0±1.7	25.0±1.5	2.5±1.4	351±31	460±306
no_guidance	19.8±3.0	15.2±1.6	10.0±3.2	145±51	87±60
random	17.8±2.7	15.0±1.5	8.4±3.3	6931±436	793±231
none	15.0±1.5	15.0±1.5	13.2±2.3	0±0	0±0

注：总人数=生还人数+死亡人数+仿真结束时仍然滞留的人员

图 1 5 种策略对比 (5 层楼, 30 人, 3 名消防员)

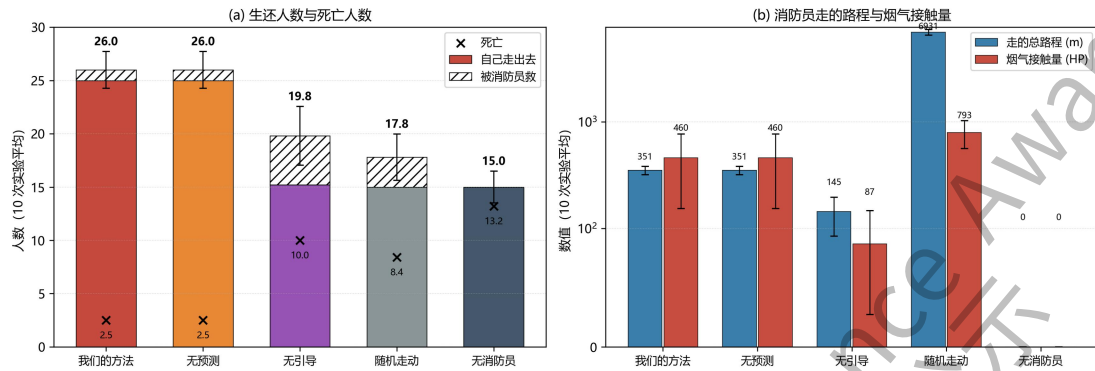
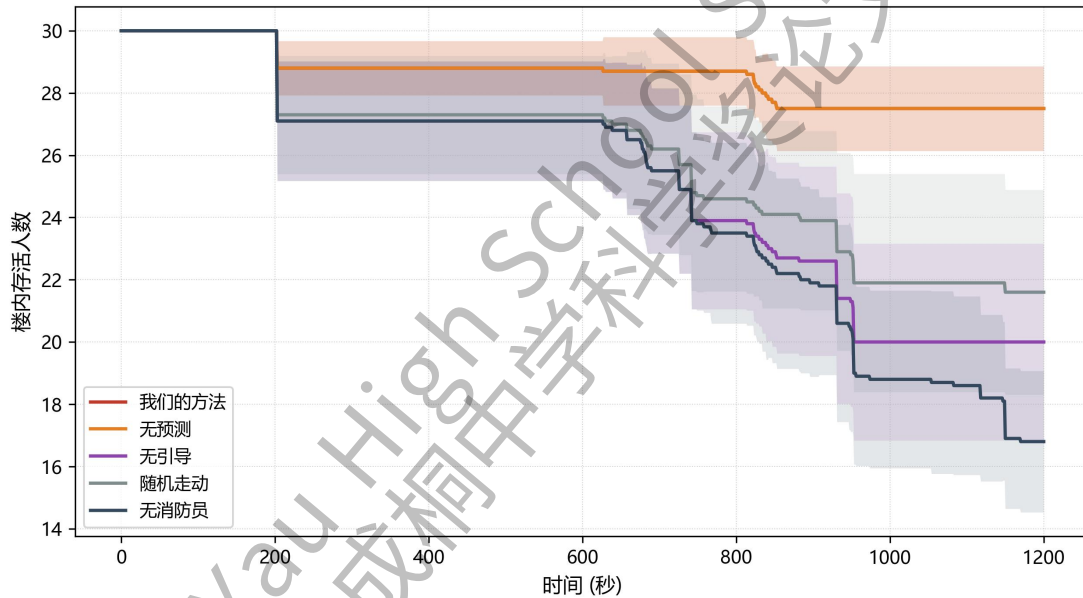


图 2 楼内存活人数随时间变化 (10 次实验平均)



5.3.4.4 实验结果分析

(本文的均值±标准差均基于多次独立重复实验计算: 5.3.4、5.3.5 节每组 10 次, 5.3.6 节每组 40 次; 判断两种策略的差异是否显著时, 统一采用符号检验——双侧、精确计算, 显著性水平取 0.05, 方法与原理在 5.3.6.2 节说明)

(1) 引导机制显著增加了生还人数

实验结果显示, experiment 和 no_predict 的生还人数 (26.0 ± 1.7) 显著高于所有无引导策略 (no_guidance 19.8 ± 3.0 、random 17.8 ± 2.7 、none 15.0 ± 1.5):

相对无消防员（none）提升了 11.0 人，相对“有消防员但无引导”的 no_guidance 提升 6.2 人（三项对比的配对检验 p 值均为 0.002）。

分析：标准场景中，experiment 的 26.0 名生还者里约 25.0 人（96%）通过自主逃生或跟随授路撤离，被直接救出仅 1.0 人。进一步分析两种救援方式可见：“授路-跟随”模式（消防员巡逻至被困人员聚集处，传递安全路径信息使其自行撤离）贡献了 experiment 相对 no_guidance 的自主逃生差 9.8 人；而“昏迷救助”通路反而以人数落后——相对无引导时有更多人员陷入昏迷，消防员虽救回了其中一部分昏迷人员，但 no_guidance 的总生存人数仍旧落后 6.2 人，这体现消防救援中，实际上“带人走”优于“抬人走”，提前撤离的价值远大于事后救助。

（2）预测项在该场景中完全没有效应

这是几乎完全超出我们预期的实验结果——在以上标准场景的实验中，experiment 和 no_predict 的生还人数毫无差异！通过对研究过程和代码的回溯，我们发现了问题所在：

1. 建筑场景的设置导致预测项失去作用

我们发现，在该标准场景中，着火层的每条危险边边权的增加量大约为几秒，而在该建筑中，备选绕行路径的标准时间差距通常达到数十秒，这意味着在本文的研究情景下（假设消防员可以通过所有危险边），预测项完全无法撼动消防员的决策，所以我们在下文设置多场景实验来重新检验预测项的效果。

2. 火源的理想化模型导致预测项失去作用

我们还发现，因为本文对火源的理想化处理（单火源 t^2 增长模型）也影响了预测项的效果，单火源意味着建筑的火场情况是以火源为核心扩散出去的，那么最终消防员要进入火场核心救援就有且只能直接进入火场（简而言之就是就算绕路只是围着火场核心转圈，没有任何附加价值），但如果场景设置为多个非同时引燃的火源（特别是在消防员最短路上的突发火源），则情况会大不相同，此时，预测项才可能真正起到预测的作用。

5.3.5 多场景实验

5.3.5.1 实验设置

实验设置：为检验研究模型在不同场景、不同人群倾向中的效果，一共设置 7 组场景（每组重复 10 次，其他因素均相同）：A 顶层火·标准人群（即标准 experiment 场景）、B 中层火、C 低层火、D 顶层火·被动人群（被动等待型占比提高）、E 顶层火·主动人群、F 高层建筑（8 层×40 人×4 消防员）、G 超高层建筑（12 层×50 人×5 消防员）。

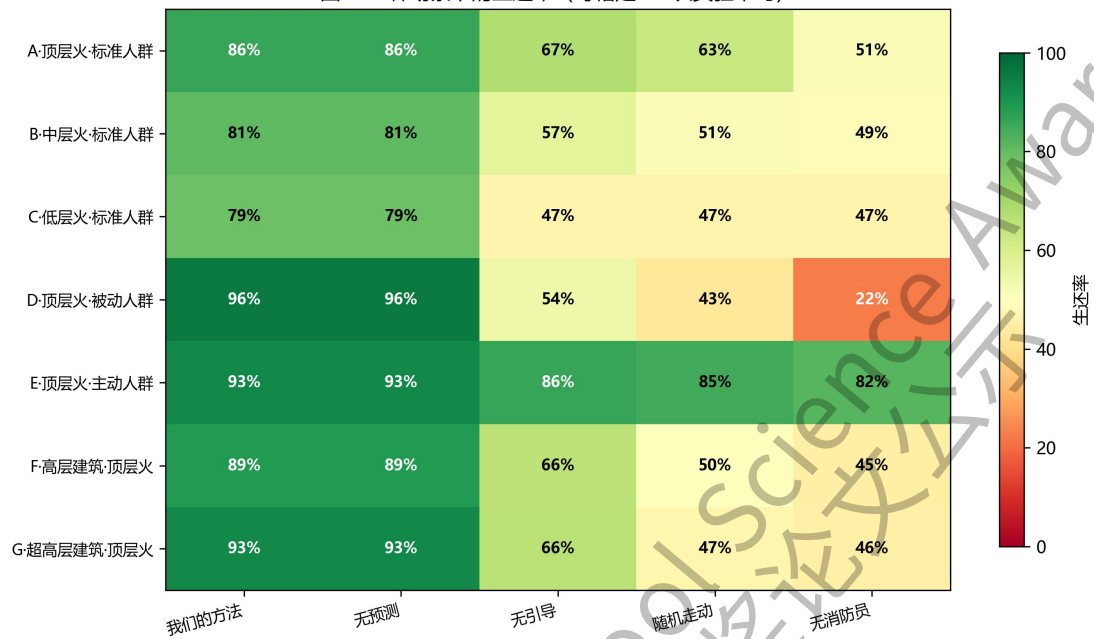
5.3.5.2 实验结果

检验生还率（生还人数/原始人数）在不同场景不同策略下的表现如下：

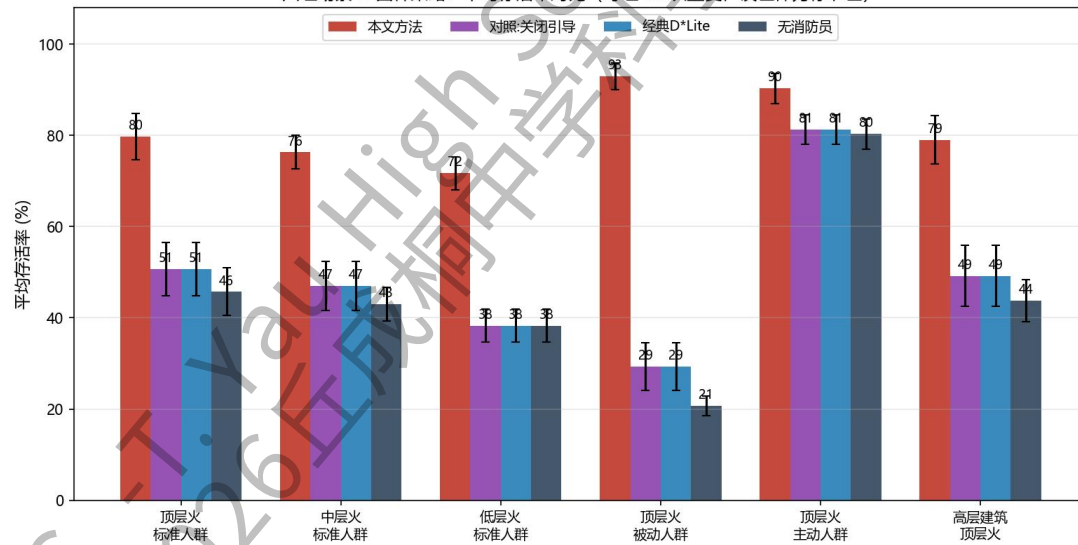
表 5-4 各场景生还率对照

场景	experiment	no_predict	no_guidance	random	none
A 顶层火·标准人群	86.3%±4.6%	86.3%±4.6%	67.3%±4.7%	63.0%±5.5%	51.3%±4.2%
B 中层火	80.7%±6.6%	80.7%±6.6%	57.0%±7.3%	51.3%±8.9%	48.7%±6.5%
C 低层火	78.7%±5.5%	78.7%±5.5%	46.7%±6.5%	46.7%±6.5%	46.7%±6.5%
D 顶层火·被动人群	96.0%±3.1%	96.0%±3.1%	54.0%±6.2%	43.0%±10.9%	22.3%±4.5%
E 顶层火·主动人群	92.7%±3.4%	92.7%±3.4%	86.0%±3.1%	84.7%±2.8%	82.0%±3.6%
F 高层建筑	88.8%±3.6%	88.8%±3.6%	65.5%±6.3%	50.5%±5.4%	45.0%±5.4%
G 超高层建筑	92.6%±4.0%	92.6%±4.0%	65.8%±5.3%	47.0%±4.1%	45.6%±2.5%

图 3 7 种场景下的生还率 (每格是 10 次实验平均)



六组场景 × 四种策略: 平均存活率对比 (每组 10 次重复, 误差棒为标准差)



5.3.5.3 结果分析

(1) 引导机制在所有火源场景中确实都有效

在上表中可以看到, **experiment** 相对无引导策略的提升在全部 7 个场景中均显著(各对比的配对检验 p 值均不超过 0.004), 火源在不同位置的场景(A/B/C)中都相对 **none** 提升 32.0–35.0 个百分点, 而建筑加高后“引导救援”的优势进一步放大.

(2) 人员的主动性影响也会影响救援效果

D 组(被动人群)中, **experiment** 的生还率达到 $96.0\% \pm 3.1\%$, 较 **none** (22.3%) 提升高达 73.7 个百分点, 为全部场景中最大提升. 原因在于被动人群几乎无法自主逃生, 完全依赖消防员的引导与救助, 因此引导机制的收益被最大化.

而相比较明显的是 E 组(主动人群)中, **experiment** 生还率为 $92.7\% \pm 3.4\%$, 但无引导组已高达 82.0%—86.0%, **experiment** 的提升幅度仅为 6.7—10.7 个百分点, 为全部人群主动性场景中最小提升. 这是因为主动人群本身具备较强的自主逃生能力, 即使没有消防员干预, 大多数人也能在火势恶化前自行抵达出口, 消防员的额外干预空间自然不大.

这证实消防员的救援价值主要体现在引导和救援无法自行逃生的盲目人员.

5.3.6 预测项的适用领域实验

从 5.3.4 的单火源多策略实验结果发现, 在标准 **experiment** 场景中, 预测项未对多项重要的仿真实验结果产生明显的帮助. 虽然其已经体现在代价函数中, 但是由于场景设置, 火源单一等问题导致其无法对消防员的路径选择产生影响, 消防员的路径选择基本由时间项与人员引导项来主导.

而且, 这也不是参数选取的问题(下文鲁棒性实验显示权重扰动并不影响结果). 所以为独立验证预测项的价值, 本小节基于火源单一的问题设计了多火源的实验, 并且人为设计极端事件: 让其他火源在消防员的主要路径上引燃, 来验证预测项的结果. 同时我们把实验规模推广到与本文主题一致的更高层建筑——10 层建筑, 进一步检验预测项的救援价值能否显现.

5.3.6.1 实验设置

建筑修改为 10 层楼，每层有 6 个房间的双走廊环形办公楼.第一个主要火源移至第 5 层北走廊（设置中层火源可以使火烟同时向上、向下蔓延，受威胁楼层更多）；第二个火源设于第 5 层左侧主楼梯，第三火源于第 5 层右侧楼梯，用来模拟极端情形.其余参数保持与实验 5.3.4 一致.主要比较的两个策略为 experiment（包含预测项）与 no_predict（关闭预测项）

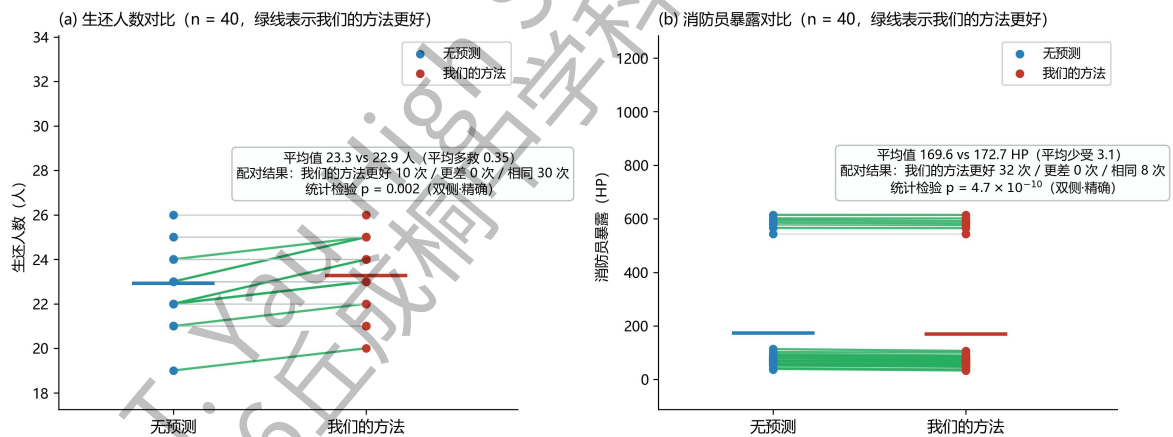
每组实验运行 40 次取平均值，仿真时间一共 1200 s.

5.3.6.2 实验结果

表 5-5 高层多火源实验配对比较结果

指标	experiment	no_predict
生还人数	23.3 ± 1.5	22.9 ± 1.5
消防员暴露（HP）	169.6 ± 209.5	172.7 ± 208.7
消防员行程（m）	404.4	405.0

图 5 预测项的作用：高层多火源级联实验（10 层楼）



结果表明：在高层多火源场景中，预测项首次取得统计级的显著的生还优势——experiment 组别平均多救 0.4 人，在 40 次重复实验中没有一次效果更差（10 胜 0 负 30 平，双侧 $p = 0.002$ ）；同时消防员暴露情况显著更低（32 胜 0 负 8 平，双侧 $p = 4.7 \times 10^{-10}$ ）。虽然消防员行程几乎相同，但消防员确实在相同路程的情况下选择了更加安全可靠的预测路径。

注：本文统一采用符号检验：每次实验用同一个场景设置分别运行两个策略，得到一一配对的结果，再对这些配对差值进行检验.之所以不用更常见的 t 检验，是因为生还人数

是整数，且相当一部分实验中两种策略的结果完全相同，不满足 t 检验要求数据近似服从正态分布的前提；符号检验不依赖数据分布的形状，只利用差值方向，更适合本文这种小样本、多平局的数据。它的原理可以用抛硬币来理解：如果预测项真的没有作用，那么每次实验中两个策略的优劣就应该像抛硬币一样各占一半。以生还人数为例，40 次实验中只有 10 次出现差异，而这 10 次的差值方向全部偏向 **experiment** 策略，就相当于连抛 10 次硬币全是正面，这样的概率仅为 $(1/2)^{10}$ ，本文统一采用双侧检验，得到 $p = 2 \times (1/2)^{10} \approx 0.002$ 。其含义是：假如预测项并无作用，出现如此一致的优势的概率不足千分之二，因此拒绝预测项没有作用的零假设，有充分理由认为这一差异是真实的。由于有效的非零差值很少，本文对所有检验均直接枚举全部组合来精确计算 p 值，而不采用需要较大样本才可靠的正态近似。消防员暴露的 32 次非零差值也全部偏向 **experiment** 策略（暴露更低），对应 $p = 2 \times (1/2)^{32} \approx 4.7 \times 10^{-10}$ ，均极低于显著差异的 $p = 0.05$ 。

5.3.6.3 结果分析

（1）消防员的路径选择与生还人数产生了更强的关联：

在 5.3.4/5.3.5 节的静态单火源场景中，因为垂直行程短、受威胁楼层少，救援容量相对充裕，无论走哪条楼梯，被困人员大多能在存活窗口内被到达，路径差异不改变生还。

本实验的 10 层场景同时改变了行程尺度与威胁范围：单向竖向行程约 27 m，中层火源使受威胁楼层接近半数，昏迷人数直线上升，路径的选择开始决定“谁能在生命窗口内被救出”，这个是消防员路径规划能影响生还人数的重要原因。

（2）预测项效应起效的机制基本得到了验证：

40 个重复实验中有 38 个实验的消防员路径发生分歧，根据我们的进一步可视化的解构，我们发现其中有 37 个实验路径的首次分歧都发生在第二、三火源的预测时间内——这说明在该次实验中生还与暴露增益主要由第二、三火源（即突发火源，而不是主火源）驱动：**experiment** 组预测了突发火源的发展情况，所以提前改变路线选择，但 **no_predict** 组却没办法有这种预见性，只能被动地落入突发火源的陷阱，极大地增加了救援的难度和危险性。

（3）与单火源场景的对比关系：静态单火源场景（5.3.4/5.3.5 节）中预测项无显著效用，而本节采用的高层多火源错时引燃场景中，生还人数与消防员暴露均结果显著，对比可见，预测项并不是一个多余的机制，其价值其实依赖

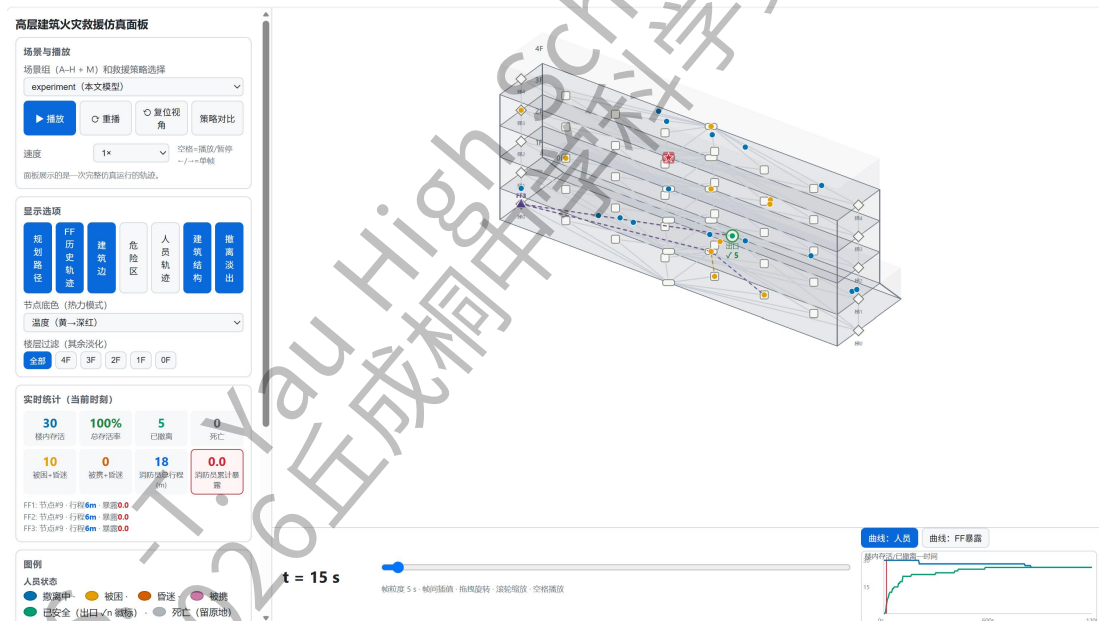
以下两个条件——“未来危险与当前危险结构不同”的事件（多个火源不同时引燃）与足够的行程规模（高层）。

注：受限于算力，本文模型验证只能覆盖 5-12 层建筑的规模（最高 121 节点、50 人），但本文实验的算法复杂度优势使其在更高层建筑中亦可运行。

5.3.7 可视化面板

为了更加直观地呈现我们仿真实验的结果，我们将所有策略、场景和结果都输出到了可视化面板中，可以通过不同的实验模型选择，实时呈现：建筑模型，人员分布，节点与边的信息，消防员的位置和路径规划，及人员存活情况等数据，同时，这个面板也帮助我们在实验中及时地发现问题之所在。

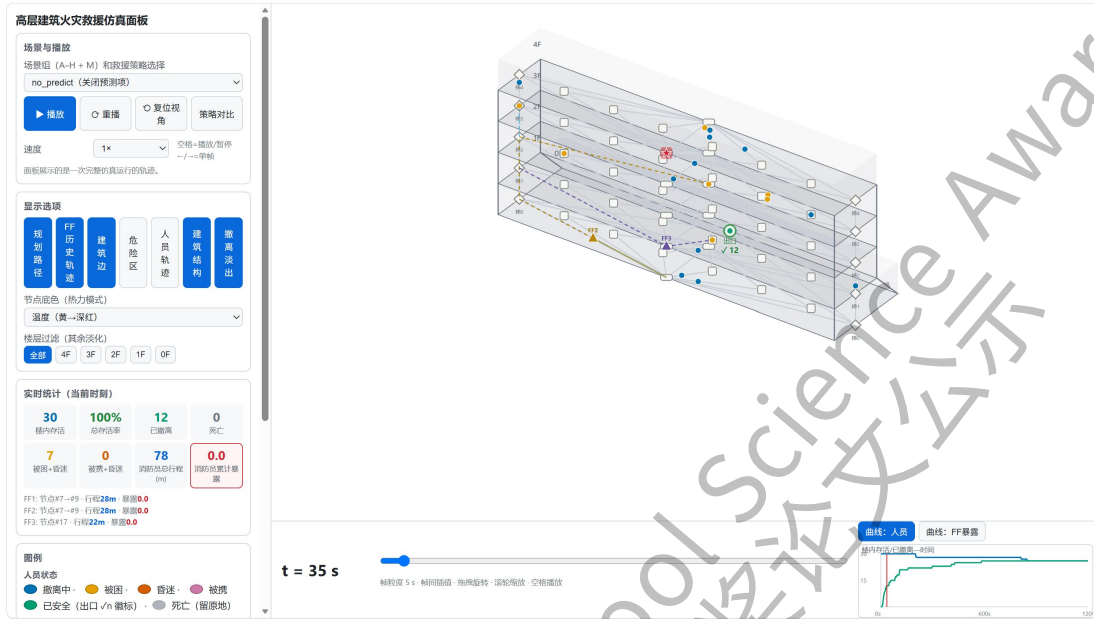
（左侧的面板显示当前的信息，右侧是 3D 的建筑图示，人员分布，及消防员路径，鼠标移动到节点和人员上可以独立地查看该节点或者人员的即时信息）



(左侧的面板可以选择不同的实验组, 下方的滑动条可以查看不同时间的状态)



(不同策略的对比实验也可以在面板中选择)



5.4 模型参数鲁棒性分析

本文所建模型涉及多个经验性参数,涵盖三个层次共 12 项:节点危险值计算中的三项权重 (w_T, w_C, w_S)、人员生命消耗方程中的三项速率系数 ($\alpha_T, \alpha_C, \lambda$)、路径规划代价函数的三项系数 (α, β, γ) 以及人员感知的三项敏感度 (φ, μ, ν). 这些参数的取值在一定程度上依赖于文献推荐与个人经验假设. 为检验模型的结论 (即本文完整策略 **experiment** 相对无引导的大幅优势及预测项的作用) 是否对这些经验参数的选取敏感, 本节设计了一组系统的参数鲁棒性实验.

5.4.1 实验设计

在标准场景 A (顶层火·标准人群, 5 层双走廊办公楼, 30 人) 中固定救援策略为 **experiment**, 对 12 个关键参数分别施加 $\pm 20\%$ 的相对扰动 (共 24 组扰动配置), 每个扰动配置独立进行 10 次重复实验, 具体扰动参数如下:

规划层权重 (直接影响路径选择中的边代价):

w_T : 温度危险因子权重 (基准值 0.4)

w_C : CO 浓度危险因子权重 (基准值 0.4)

w_S : 能见度危险因子权重 (基准值 0.2)

物理伤害层系数 (直接影响人员生命值消耗速率):

α_T : 温度伤害系数 (基准值 0.833 HP/s)

α_C : 烟气毒性伤害系数 (基准值 0.111 HP/s)

λ : 体能消耗系数 (基准值 0.050 HP/m)

代价函数系数 (直接影响路径规划的边代价构成):

α : 通行时间项系数 (标准取值 1.0)

β : 预测危险项权重 (标准取值 20.0 s)

γ : 引导项权重 (标准取值 8.0 s)

人员感知敏感度 (直接影响个体对环境代价的感知):

φ : 个体对距离的敏感度 (标准取值 1.0)

μ : 个体对浓烟的敏感度 (标准取值 2.0)

ν : 个体对高温的敏感度 (标准取值 2.0)

标准参数配置下的生还人数为 26.3 ± 1.68 (均值 $\pm$ 标准差, 10 次重复), 生还率 87.7%; 其中人员自主逃生 25.2 人, 由消防员救出 1.1 人, 消防员总行程 374.0m.

5.4.2 实验结果

表 5-6 关键参数 $\pm 20\%$ 扰动下的生还人数偏移量

扰动参数	生还人数变化	配对差范围 (10 次重复的极小—极大)	说明
$w_T \pm 20\%$	0.0	[0, 0]	路径规划对温度权重不太敏感
$w_C \pm 20\%$	± 1.0	[-1, +1]	路径规划对 CO 权重不太敏感
$w_S \pm 20\%$	0.0	[0, 0]	路径规划对能见度权重不太敏感
$\alpha_T \pm 20\%$	0.0	[0, 0]	温度伤害速率变化未改变生还人数
$\alpha_C \pm 20\%$	0.0	[-1, +1]	个别重复 ± 1 人, 均值不变
$\lambda \pm 20\%$	0.0	[-1, +1]	个别重复 ± 1 人, 均值不变
$\alpha \pm 20\%$	0.0	[0, 0]	代价函数时间项系数 (标准取值 1.0 (无量纲))
$\beta \pm 20\%$	0.0	[0, 0]	代价函数预测项权重 (标准取值 20.0 s)
$\gamma \pm 20\%$	0.0	[0, 0]	代价函数引导项权重 (标准取值 8.0 s)
$\varphi \pm 20\%$	0.0	[0, 0]	个体对距离的敏感度 (标准取值 1.0)

扰动参数	生还人数变化	配对差范围 (10次重复的极小—极大)	说明
$\mu \pm 20\%$	0.0	[0, 0]	个体对浓烟的敏感度（标准取值 2.0）
$v \pm 20\%$	1.0	[-1, +1]	个体对高温的敏感度（标准取值 2.0）

核心观测结果：对 12 个关键参数各做 $\pm 20\%$ 的双向扰动（共 24 组，每组 10 次重复，与标准场景按同一种子逐次配对比较），生还人数的最大偏移绝对值不超过 1 人（约占标准均值 26.3 人的 3.8%），远小于 experiment 相对无引导场景的+6.2 人的净提升（相对 none 场景为+11.0 人，见 5.3.4 节）。其中部分组别的 10 次重复结果与标准场景逐次完全相同（配对差范围 [0, 0]），只有几组参数扰动出现了个别重复 ± 1 人的波动（表 5-6）。此外，部分伤害速率扰动使消防员总行程在 360.0—399.4 m 之间变化（标准场景 374.0 m），说明模型确实对环境参数做出了响应，只是该响应没有传导到生还人数的均值层面。

5.4.3 结果分析

（1）规划权重的“零效应”及其机制解释：

α, β, γ 三组权重参数在 $\pm 20\%$ 范围内的扰动完全不影响任何路径决策。其深原因与 5.3.4 节中预测项无效应的解释类似：

在标准场景 A 的双走廊环形拓扑中，任意两点间的备选路径仅有一条主干走廊与一条绕行走廊。绕行路径的长度通常比最短路径长 50%—100%，对应的时间项差距达数十秒。而边权变化量在权重的扰动 $\pm 20\%$ 时充其量仅为若干秒量级（ $< 5s$ ），远不足以跨越时间项数十秒的天然差距。因此，规划权重并不影响路径决策——无论其增加 20%还是减少 20%，最优路径不会改变，但是如果实在多火源高层场景中，该参数的鲁棒性则需要进一步确认。

（2）人员伤害速率系数的微弱影响：

与规划权重不同，伤害速率系数直接作用于人员生命值的消耗过程，其扰动会改变人员昏迷的节奏，进而间接改变消防员的巡逻目标分布。实验中，CO 伤害系数与体能消耗系数的扰动引起了个别重复 ± 1 人的生还波动。

值得注意的是，伤害速率扰动的效应通过“人员状态演化 $\rightarrow$ 救援目标形成 $\rightarrow$ 路径规划响应”的闭环耦合间接传导——扰动实验的结果显示：人员状态的演化确实改变了消防员总行程（360.0—399.4 m 的波动），说明救援行为确实对

环境参数做出了响应，但该响应未传导到生还人数的均值层面。均值为零反映的是参数扰动不敏感，而非伤害模型的问题。

同样，根据实验数据的回溯，我们发现危险权重确实影响了节点危险值的大小（量级 0.08 不可忽略，说明参数确实起到了作用），但是最终对生还人数的影响不大，这其实也和预测项的适用领域有关。

（3）参数的稳定性结论：

上述结果有力地表明：本文模型的主要结论（experiment 相对无引导场景生还人数+6.2 人）不是参数调参出来的理想产物。在参数 $\pm 20\%$ 的扰动下，模型性能的最大移动远小于策略差异带来的 10.7—73.7 个百分点的提升幅度（见 5.3.5 节）。这也说明模型结论对部分经验参数的依赖程度极低。

需要说明，标准场景 A 中 30 人有 25.2 人自主逃生，仅 1.1 人由消防员救出，生还人数主要由人员自主逃生决定，故本节的“参数不敏感”结论严格限于该场景；在消防员救援占比更高的多火源高层场景中，上述鲁棒性仍需重新检验。

5.4.4 鲁棒性实验与预测项零效应的统一解释

本节鲁棒性实验实际上从另一个角度印证了 5.3.4 节与 5.3.5 节中关于预测项效应微弱的发现：

预测项的作用是让规划器提前看到未来危险——即用 $F(u, t + L_{uv}/v_f)$ 替代 $F(u, t)$ 进入边代价函数。如果当前危险项本身对路径选择不敏感，那么“提前看到”同样不会改变路径。因为无论是“现在的危险”还是“未来的危险”，它们在边代价函数中所占据的权重和量级都远小于通行时间项在建筑模型中的主导地位。

因此，预测项要产生统计级显著的救援价值，需要“未来危险与当前危险结构不同”的动态事件与足够的行程尺度。5.3.6 节的预测项适用域实验验证了这一判断：预测项同时取得了生还人数（双侧 $p = 0.002$ ）与消防员暴露（双侧 $p = 4.7 \times 10^{-10}$ ）的双重改善，这说明预测项不是没有优势，而是没有找到适用的场景，也只有通过实验，我们才能发现问题所在。

第 6 章 模型评价与推广

6.1 模型评价

6.1.1 优点分析

本文围绕火灾救援，建立了建筑图模型、火灾模型、人员行为模型三个模型，具有以下多个的优点：

1. 综合考虑多个模型的耦合：

相较于当前现有的火灾模型研究，本文进一步将火灾发展、人员行为和路径规划三个模型结合统一，初步实现了从模拟到科学规划的完整模型流程，具有独到的创新性，也有很强的可实践性。

2. 离散化图模型降低计算复杂度：

相较于传统基于网格的火灾模拟方法（如 FDS），本文采用图模型对建筑空间进行离散化抽象，显著降低了计算复杂度，增强计算可行性，同时也保留了关键空间结构信息，适合用于实时或近实时的应急决策支持。

3. 救援路径规划具有动态性和任务导向：

在 D*Lite 算法思想的基础上，结合危险值预测、救助容量约束、引导收益奖励等因素，构建了动态路径规划模型，能够适应火场环境的实时变化，避免了静态路径规划带来的误差。

4. 火灾模拟因素考虑全面：

本文在火灾模拟中，力求考虑多方因素的共同效用，分别分析了温度、烟气毒气浓度、可见度等多种因素，较为符合火灾场景中的实际条件。

5. 数据结果可视化：

本文采用可视化面板来呈现动态救援过程和最终救援结果，清晰且易于理解。

6.1.2 实际效益

本文基于高层建筑火灾问题进行建模分析，具有实际生活效益：

1. 降低实际演练成本：通过计算机仿真模拟可以节约实际演练的成本。
2. 应用场景丰富：本模型可以运用与消防预案规划、建筑设计评估、量化火灾

风险、优化消防设施配备等多场景中，灵活性强。

6.1.3 缺点

1. 简化假设较多：

如火源增长模型仍采用确定性的简化形式（多火源错时引燃情形已在 5.3.6 节验证）、可燃物分布均匀、消防员之间决策共享等，虽然在建模初期有助于降低复杂度，但在复杂火场中可能存在偏差，而且本模型目前侧重救援路径规划，未耦合消防员灭火行为对火场环境的反馈，后续可以将灭火效应纳入模型的考虑板块。火源辐射源项按建筑内节点到火源的距离权重归一化分配（ $\sum \varepsilon_j = 1$ ，见 4.3.4.2 节），是对火源远场辐射作用的简化近似。

2. 未充分考虑消防员协同作用：

当前模型假设各消防员独立行动，未考虑多人协同灭火或联合救援对环境的叠加影响，可能低估了团队救援的整体效益。

3. 测试数据来源匮乏：

由于无法获取真实具体的火灾条件数据，本文使用的测试数据较少，无法对模型做出进一步的测试改进。

4. 无法验证所有参数：

在模型建立的过程中，有一些参数基于经验给出，而鲁棒性实验对部分参数无效。

5. 问题数学形式化有限：

本文使用了 MTSP 问题来描述我们的核心优化目的，但是没能建立完整的规划模型，也没能去计算这种启发式解法与最优解法之间的差距，只能通过对比试验说明策略的有效性，后续工作将会改进。

6. 数值收敛性与外部验证缺失：

本文以固定时间步长作显式数值积分，虽在 5.1.2.1 节对步长选取作了刚性分析，但未对时间步长与空间离散化做系统的收敛性检验，也未与 FDS 等标准火灾模拟算例作定量比对，模型输出的绝对数值仅供同一环境下的策略相对比较使用。

7. 引导机制的假设较强：

授路动作假设信息传递零耗时、不占用消防员的救助容量，且被授予路径的

人员按消防员的通行阈值行走（视为恒可以通过，见 4.5.1.2 节），可能高估引导机制的实际收益。

6.2 模型推广

6.2.1 改进方式

1. 引入“传感器+模拟”模式：

将本文模型与高层建筑的摄像头、烟雾传感器、人员门禁嵌套，通过火场实际数据实时优化模拟数据，达到真实、立刻响应的效果。

2. 提高图模型空间分辨率：

采用三维体素模型，体素（Voxel）是“体积像素”（Volume Pixel）的缩写，类似于二维图像中的像素（Pixel），但它是三维空间中的一个小立方体单元。每个体素都有固定的长、宽、高，每个体素可以存储物理量：温度、烟气浓度、能见度、是否有人、是否被占用等。

3. 引入机器学习优化模型参数

可以结合机器学习和计算机仿真模拟，进一步优化模型中的参数设置，并尝试通过对大量高层火灾示例的数据分析优化预测模型和路径建议。

6.2.2 实际推广

将本文建立的数学模型和算法项目进一步优化，开发专用的模拟软件，最终推广向消防部门进行实际应用。

第7章 结语

本文基于实际生活,针对高层建筑火灾中火势预测困难、人员疏散行为复杂以及救援路径缺乏科学规划三个核心难题,建立一个由建筑图模型、火灾发展数学模型、人员行为的概率模型、救援路径规划数学模型组成的综合数学模型.

在火灾模拟方面,本文从火源的热释放速率出发,结合热传导、热对流与热辐射的讨论,建立了温度场模型,并且通过质量守恒方程与梯度扩散理论,刻画了烟气、烟尘及一氧化碳在建筑空间中的蔓延过程,还计算了空间的能见度.在此基础上,用温度、CO 浓度与能见度,建立节点危险值指标,引入生命消耗成本概念,为评估人员伤亡风险提供统一的量化标准.

在人员行为模拟方面,本文考虑了真实火场中个体心理与行为的多样性,将受灾者划分为主动逃生型、盲目移动型、被动等待型和固定隐蔽型四类,并赋予每类人员差异化的逃生决策规则,使得该模型能够反映火灾中不同人员的行为模式,使疏散模拟更加贴近真实情境.

在救援路径规划方面,本文以最大化成功拯救人数为目标,设计了基于改进 D^* Lite 算法的动态路径规划器,综合考虑通行时间、节点预测危险值及引导被困人员的潜在收益,并引入救助容量约束与任务优先级分配机制,能够在火场环境实时变化的条件下,为多名消防员提供科学、动态的行动建议.

数值模拟结果表明,本模型能够有效预测火灾的演变趋势,合理再现人员的疏散行为,并且通过引入优化后的救援路径规划策略,显著提升了被困人员的存活率,这验证了将火灾模拟、人员行为分析与动态路径规划进行建模的可行性与有效性.

当然,本研究仍存在若干简化与不足.后续研究可尝试采用三维体素模型以提升空间精度,或引入机器学习方法对模型参数进行优化标定,以进一步增强模型的适用性与可靠性.

总而言之,本文所构建的数学模型为高层建筑火灾的应急决策提供了一种科学、量化的数学决策模型.高层建筑火灾确实是当前消防应急风险中的重要问题,具有深刻的实际意义,我们希望本文的研究内容能够为消防救援预案的制定、建筑安全设计的评估以及火灾风险的量化等实际问题提供有益的参考,让本文的研究能够真正优化生活,服务于每一个人的生命安全.

第 8 章 参考文献

- [1] 新华社. 11·26 香港大埔火灾事故 [EB/OL]. (2025-11-26)[2026-04-06]. <https://www.xinhuanet.com/20251126/2e5bc268e0f64c6d84e7e8042795a7f8/c.html>
- [2] Autodesk, Inc. Building Information Modeling[R]. Autodesk White Paper, 2002: 1-7.
- [3] McGrattan K B, Hostikka S, Floyd J, et al. Fire Dynamics Simulator (Version 6), Technical Reference Guide: Volume 1: Mathematical Model[R]. Gaithersburg: National Institute of Standards and Technology, 2013. (NIST Special Publication 1018)
- [4] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 建筑防烟排烟系统技术标准: GB 51251-2017[S]. 北京: 中国计划出版社, 2017.
- [5] Ye Z N. Dynamic rescue in flames: real-time structural fire response prediction and adaptive indoor rescue path planning[D]. Hong Kong: The Hong Kong Polytechnic University, 2023.
- [6] 楼成华. 火灾下玻璃发射率取值的探讨[J]. 江西建材, 2015(13):9-10.
- [7] McCaffrey, B. J. (1979). Purely Buoyant Diffusion Flames: Some Experimental Results (NBSIR 79-1910). National Bureau of Standards, Washington, D.C.
- [8] Heskestad, G. (1983). Virtual Origins of Fire Plumes. Fire Safety Journal, 5(2), 109-114.
- [9] Suo-Anttila, A., & Smith, B. (2015). Numerical prediction of heat-flux to massive calorimeters engulfed in regulatory fires with the cask analysis fire environment (CAFE) model. Sandia National Laboratories.
- [10] Middleton W E K. Vision through the Atmosphere[M]. Toronto: University of Toronto Press, 1952.
- [11] 王大鹏, 刘松涛. 火灾环境下空间能见度的计算与模拟[J]. 建筑科学, 2010, 26(9): 71-74.
- [12] Purser D A. Toxicity Assessment of Combustion Products[C]//DiNenno P J. SFPE Handbook of Fire Protection Engineering. 3rd ed. Quincy: National Fire Protection Association, 2002: 2-83-2-171.
- [13] Purser, D. A. (2016). Combustion Toxicity. In SFPE Handbook of Fire Protection Engineering (5th ed., pp. 2207 – 2307). Springer New York.
- [14] Kobayashi, M., & Horiuchi, S. (1979). Analysis of occupant behavior in an office building under fire: Part 1. Classifications of behaviors. Transactions of the Architectural Institute

of Japan, 280, 137-142.

[15] Philpot, R., & Levine, M. (2021). Evacuation behavior in a subway train emergency: A video-based analysis. *Environment and Behavior*. 2021,54(2):383-411
<https://doi.org/10.1177/00139165211031193>

[16] Gagen, M.J.(2017).Null dynamical state models of human cognitive dysfunction. arXiv. <https://arxiv.org/html/1712.09014v1>

[17] Provitolo, D., Dubos-Paillard, E., Verdière, N., et al. (2015). Les comportements humains en situation de catastrophe : de l'observation à la modélisation[J]. *Cybergeog: European Journal of Geography*. <https://doi.org/10.4000/cybergeog.27150>

[18] ISO 13571:2012. Life-threatening components of fire — Guidelines for the estimation of time to compromised tenability in fires. International Organization for Standardization, 2012.

[19] 程琪骥. 基于 BIM 与 FDS 的高层建筑火灾疏散路径优化方法[J]. *自动化应用*, 2025, 66(20): 99-103.

[20] 茅佳艺. 基于 BIM 的高层建筑火灾救援与路径规划研究[D]. 吉林建筑大学,2024.

[21] S. Koenig and M. Likhachev. D* Lite. *AAAI*, 2002: 476 – 483.

[22] Koenig S, Likhachev M. Lifelong Planning A* and Dynamic A* Lite: The Proofs[R]. Technical Report GIT-GVU-01-13, Georgia Institute of Technology, 2001.

[23] Orda A, Rom R. Shortest-path and minimum-delay algorithms in networks with time-dependent edge-length[J]. *Journal of the ACM*, 1990, 37(3): 607-625.

致谢

本研究是在华南师范大学附属中学的支持下完成的，在此向所有为本研究提供帮助的老师同学们致以诚挚的感谢。

一、指导老师与参赛学生的关系及指导说明

本研究的指导老师程汉波、胡金平，系华南师范大学附属中学高中数学、物理教师，与参赛学生为本校师生关系，均为无偿指导。

程汉波老师主要负责研究方向与论文写作指导。程老师建议本文研究选题从日常生活中挖掘数学科学问题。我们受香港大埔区宏福苑高层火灾新闻启发，在程老师引导下进行文献调研：发现现有研究缺少火灾演化、人员异质行为与救援路径规划的闭环耦合研究，最终确定本课题。此外，程老师还对论文结构、学术表达及文献引用规范进行了细致审阅并给出指导建议。

胡金平老师主要负责相关科学知识和理论推理指导。在学生遇到超出中学数学、物理能力的复杂问题时，胡老师通过层层提问引导我们自主思考解决问题。例如在建立温度场离散化方程时，指导我们重新审视热辐射项中温度四次方的主导作用；在边代价函数引入引导收益时遇到负环导致算法发散的问题，启发我们采用比例归一化形式，保证了算法终止性。

二、整体研究过程分工说明

选题由邱子墨与赵一诺共同商定，受香港大埔区宏福苑高层火灾新闻启发。

模型构建中，邱子墨负责建筑图模型和救援路径规划器模型（含预测式边代价函数设计、D*Lite 理论分析与任务分配）；赵一诺负责火灾模型（温度场、烟气扩散、CO 浓度、能见度、节点危险值）人员行为模型（四类行为概率决策）。

计算分析中，邱子墨负责编写路径规划模块的代码与设计仿真实验，赵一诺负责火灾与人员模块代码、统计分析与参数标定，以及论文数据的检索。

论文撰写中，邱子墨撰写第 1、4.2、4.5、5.3 章，赵一诺撰写第 4.3、4.4、

5.1、5.2、6 章，两位老师共同审阅全文并提出修改意见。

三、研究中遇到的困难及解决经过

困难一：怎么让一个宏大的想法落地为真正的科学研究？

我们投入大量时间查阅文献、学习火灾与流体力学知识，将想法划分为不同板块分工研究再有机整合。研究过程中多次回头细化调整方向，我们认为科研落地最重要的不是能力，而是接受与预期不符结果的勇气和持续投入的耐力。

困难二：实验时遇到完全出乎意料的结果

在我们进行仿真实验的过程中，通过对比试验我们发现了研究模型中的一个重要方法对输出结果（最小化死亡人数）竟然不起作用。我们没有第一时间质疑原来的想法，而是从实验的数据和代码着手，建立不同的对照实验来排查问题。最后我们发现：并不是模型本身的问题，而是我们在场景设置时出现了问题，我们在一开始考虑问题时过于简化（只考虑单个核心火源），此时该方法没有显著的效用，但是当我们考虑多个核心火源时，该方法却能显著降低“消防员暴露”这个重要指标。这也启示我们在遇到严重的研究问题时，要从多方面考虑并且解决问题，不要急于否定自我，更不能为了一开始的想法而不忠于真实的实验结果。

四、AI 使用情况说明

本研究使用 AI 工具均获老师许可，遵循“辅助而非替代”原则，所有生成内容经人工核验，所有聊天记录可查：

AI 工具名称及版本	使用环节及用途	使用时间	使用频率
DeepSeek-V3	文献检索线索梳理、物理常数查询	2026 年 2—3 月	6 次
Trae CN 及 WorkBuddy	辅助可视化面板代码编写与调试	2026 年 3—4 月 2026 年 7-10 月	10 次 注：Trae CN 的辅助搭建内容已经全部作废

研究选题、模型构建、算法理论证明、实验设计及结论归纳等主体工作由参赛学生独立完成，AI 仅辅助信息检索和代码调试，公式和文献均经过人工核验。

五、他人协助完成的研究成果说明

华南师范大学附属中学肖翼炀同学协助完成了多种路径规划算法的对比实验和部分代码的测试，未参与模型构建及论文撰写。除此之外，未接受其他人员或机构的协助。

再次感谢所有提供帮助的老师 and 同学。