

参赛学生姓名： 陈宇遥

中学： 上海市控江中学

省份： 上海市

国家/地区： 中国

指导老师姓名： 张海英

指导老师单位： 上海市控江中学

论文题目： M 型自启动虹吸的两阶段启动行为与峰后动力学

M 型自启动虹吸的两阶段启动行为与峰后动力学

作者：陈宇遥

摘要

本文针对 M 型双峰刚性弯管的自启动虹吸过程开展实验与理论研究，重点考察初始浸没深度 Δs 、两峰高差 Δh 、管内径 D 和弯曲半径 R 对启动行为的影响。高速视频表明，自启动可分为“越峰”和“峰后启动”两个阶段，并出现未越峰、越峰后回退和稳定自启动三种状态。管径实验中， $D = 15 \text{ mm}$ 时主体前沿未越过出口侧关键峰 P_2 ， $D = 8、12 \text{ mm}$ 时越峰后回退，而 $D = 4 \text{ mm}$ 时形成稳定虹吸，说明越峰是稳定启动的必要过程，但并非充分条件。

进一步实验发现，峰顶瞬时速度也不能单独决定启动结果： $R = 20 \text{ mm}$ 时峰顶速度约为 $0.26 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ，却在峰后回退； $R = 30 \text{ mm}$ 时峰顶速度约为 $0.21 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ，却最终稳定启动。为解释这一现象，本文针对主体液柱连续、主气液界面可近似为单一前沿的峰后阶段，建立准一维变质量模型。模型表明，液体越峰后可能经历净静态驱动不利区；若峰顶惯性不足以支撑液柱穿过该区域，则前沿停止并具有回退趋势，而以有限速度穿过不利区则更有利于持续排流。该模型主要用于解释峰后动力学，不适用于壁膜先行、强界面变形、断柱等复杂两相状态。

关键词：自启动虹吸；M 型弯管；越峰；峰后回退；稳定启动

目录

1 引言.....	1
1.1 研究背景与研究现状.....	1
1.2 研究问题与本文独立研究内容.....	2
2 实验方法.....	3
2.1 实验装置、几何参数与工作流体.....	3
2.2 实验流程与图像处理.....	4
2.3 启动状态与两阶段描述.....	5
3 实验结果.....	5
3.1 管径对启动状态的影响：三种动力学结果.....	5
3.2 初始浸没深度对启动状态的影响：从回退到稳定启动.....	7
3.3 弯曲半径对峰后运动的影响：峰顶速度不能单独判定启动结果.....	9
3.4 两峰高差变化下的两阶段启动特征.....	10
3.5 复杂界面状态与单前沿描述的适用性.....	11
4 简化的一维峰后动力学模型.....	12
4.1 研究范围和基本假设.....	12
4.2 入口条件和动量方程.....	13
4.3 峰后不利区的定义及物理解释.....	14
4.4 峰后不利区的穿越判据.....	16
5 模型对峰后运动行为的解释及实验比较.....	17
5.1 峰后停止位置的模型解释.....	17
5.2 为什么“峰顶速度更大”仍可能失败.....	19
5.3 模型适用范围和不确定性.....	21
6 结论.....	21
参考文献.....	22
致谢与研究过程说明.....	23

1. 引言

1.1 研究背景与研究现状

虹吸是一种常见的流体现象。液体可以在重力作用下沿弯管越过局部高点，并从较高液面流向较低液面。对于普通虹吸，通常需要先使管内充满液体，形成连续液柱；在稳定流动阶段，液体的压力、重力势能、动能以及流动阻力之间的关系可以用经典流体力学进行描述[1]。

与普通虹吸不同，一些特殊形状的弯管在部分浸入液体后，不需要人工抽吸或预先充液，也能够自行形成虹吸。这类现象通常被称为自启动虹吸。自启动过程中，管内同时存在液体和空气，并伴随气液界面的运动、空气排出和压力变化，因此其过程比稳定虹吸更加复杂。已有关于虹吸启动和虹吸管内气液两相流动的研究，从实验和数值模拟等方面讨论了空气排出、压力变化及稳定虹吸的形成过程[2,3]。与此相关的毛细充液和移动界面的研究表明，液体前沿的运动收到管道几何、毛细作用、黏性阻力、液柱惯性及重力等多种因素共同影响[4-7]。这些结果说明，在虹吸尚未完全建立的瞬态阶段，仅采用稳定流动条件下的伯努利方程往往不足以描述液体的实际运动过程。

本研究源于 IYPT 2026 第 1 题 “Invent Yourself” 中的自启动虹吸问题[8]。该题要求研究一种刚性弯管在部分浸入水中后，无需初始抽吸即可启动虹吸的现象，并探究管道几何等参数对启动过程的影响。

在最初研究管径、弯曲半径等参数对自启动结果的影响时，我们发现，自启动过程并不能简单分为“成功”和“失败”两种情况。实验中可以观察到三种不同结果：第一种情况下，液体前沿在出口侧关键峰之前停止，并随后回落，即液体未能越过出口侧关键峰；第二种情况下，液体前沿已经越过关键峰，但在继续前进一段距离后逐渐减速、停止，并最终发生整体回退；第三种情况下，液体越过关键峰后继续向出口方向运动，最终形成持续的虹吸流动。

其中，第二种“越峰后回退”的现象引起了我们的特别关注。直观上，人们可能认为，只要液体具有足够的速度越过出口侧关键峰，之后便能够在重力作用下继续运动并最终形成虹吸。然而实验表明，即使主体液柱已经越过关键峰，虹吸

仍然可能启动失败。因此，“液体能否越过出口侧关键峰”和“虹吸能否最终稳定启动”实际上可能是两个不同的问题。

这一实验现象使我们进一步提出：决定自启动成功与否的关键，可能不仅是液体越过关键峰时的瞬时状态，还与越峰之后一段时间内液柱受到的重力驱动、惯性和流动阻力有关。因此，本文将研究重点放在“液体越峰之后为什么仍然可能回退”这一现象上，希望通过进一步实验和简化动力学分析，寻找决定液体继续前进或发生回退的主要因素。

1.2 研究问题与本文独立研究内容

基于上述实验现象，本文主要研究以下三个问题：

- (1) 能否在实验中稳定地区分“未越峰”、“越峰后回退”和“稳定自启动”三种不同的运动状态，并由此证明“越过出口侧关键峰”并不是稳定自启动的充分条件？
- (2) 液体越过出口侧关键峰时的速度能否直接决定最终的启动结果？如果峰顶速度不能作为唯一判据，那么决定启动成功与否的关键因素是什么？
- (3) 在主体液柱已经越过关键峰并且液柱近似连续的情况下，能否建立一个简化的一维动力学模型，解释液体在峰后继续前进、逐渐停止以及发生回退的原因？

围绕这些问题，本文开展了以下研究：

- (1) 通过高速摄像记录液体前沿的位置变化，并比较不同实验参数下的液体运动过程，将自启动过程分为“未越峰”“越峰后回退”和“稳定自启动”三种状态。
- (2) 改变管道直径 D ，实验研究液体是否能够越过关键峰及越峰后是否能够继续运动，从而比较“越峰条件”和“稳定启动条件”的差异。
- (3) 比较弯曲半径 ($R = 20\text{ mm}$ 和 $R = 30\text{ mm}$) 时的液体运动过程。实验发现，在部分条件下，液体越过关键峰时的速度较大，却不一定更易形成稳定虹吸。这说明峰顶瞬时速度并不能单独决定最终结果，需要考虑越峰后的整个运动过程。
- (4) 对于液体已经越峰、主体液柱保持近似连续的实验情况，将液体运动简化为沿管道方向的一维运动，并考虑液柱惯性、重力作用以及流动阻力，建立简化动力学方程。在此基础上，讨论液体在峰后为什么会减速、停止和回退，以及什么情况下液体能够继续前进并最终形成稳定虹吸。

2 实验方法

2.1 实验装置、几何参数与工作流体

实验采用透明 PMMA 圆管制作双峰 M 型弯管，工作流体为约 20 °C 的水。为便于在图像中识别气液界面和液体前沿，在水中加入微量荧光素钠作为示踪剂。实验装置（图 1）主要由上游水槽、M 型弯管、步进电机驱动机构、高速相机和下游容器组成。

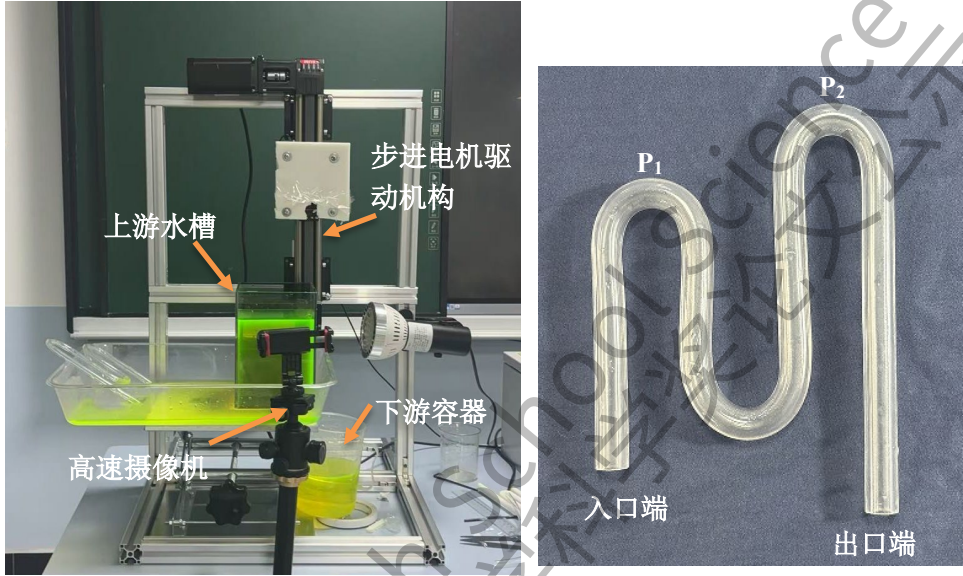


图 1 实验装置和代表性 PMMA 弯管（ $\Delta h = 25 \text{ mm}$ 、 $D = 8 \text{ mm}$ 、 $R = 20 \text{ mm}$ ）的实物图

实验过程中，M 型弯管由步进电机驱动并沿竖直方向下降，使管口逐渐浸入上游水槽。弯管下降至预设位置后停止运动，此后不再施加外部驱动，高速相机记录管内液体在自身重力、压力和惯性作用下的自由演化过程。通过 Tracker 软件对高速实验视频中的主体液柱前沿进行逐帧跟踪，提取其二维位置坐标及对应时间，获得前沿的位置-时间数据，从而判断最终属于未越峰、越峰后回退，还是稳定自启动。

如图 2 所示，沿管道中心线从入口到出口，M 型弯管依次包括入口上升段、第一峰(P_1)、中央谷底、第二峰(P_2)和出口下降段。其中， P_2 为本文重点研究的出口侧关键峰。管内径为 D ， w 为壁厚，弯管中心线的曲率半径为 R ；定义 Δs 为电机停止时的预设浸没深度，即 P_1 峰顶处管道外侧上缘与上游自由液面的垂直距离。所谓“初始”，指电机停止后自由演化阶段的初始状态，对于某些工况，达到这一位置之前，液体可能已经越过 P_2 。 Δh 为两峰中心线高度差。主要实验

使用 $R = 20 \text{ mm}$ ，并用 $R = 30 \text{ mm}$ 的弯管进行对比，以研究弯曲半径对启动过程的影响； D 取 4、8、12、15 mm； Δh 取 25、40、75 mm。不同参数组合下均重复进行实验，以比较液体前沿的运动过程及最终启动状态。

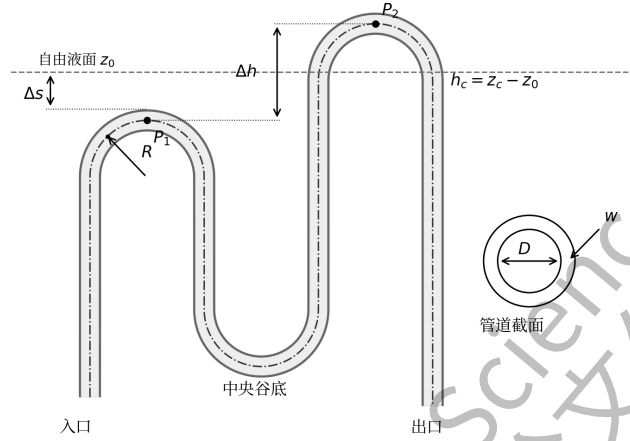


图 2 M 型弯管中心线几何与参数定义： P_1 、 P_2 、 Δs 、 Δh 、 R 和 D 。

2.2 实验流程与图像处理

每次实验开始时，步进电机以约 $32 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$ 的恒定速度带动弯管沿竖直方向缓慢下降。当 P_1 相对于上游自由液面的浸没深度达到预设 Δs 时，立即停止电机并固定弯管。此后不再施加外部机械驱动，系统进入自由演化阶段，高速相机持续记录管内液体的运动过程。

高速视频原始帧间隔为 1.25 ms ，对应采样频率约 800 fps 。使用 Tracker 逐帧识别主体液柱前端主气液界面的位置 $(x(t), y(t))$ ，并根据已知的管道中心线几何关系，将二维图像坐标转换为沿管道中心线的弧长坐标 $s(t)$ 。本文所称“主体前沿”指与连续主体液柱相连、能够代表管内主要充液边界的气液界面。

速度由前沿位置的一阶时间导数得到。采用三阶 Savitzky–Golay 多项式对 $s(t)$ 进行平滑。基准窗口为 61 帧，相邻帧间隔 1.25 ms ，窗口首末帧的时间跨度为 75 ms 。以局部拟合的一阶导数估计 $v(t)$ ，同时以 41 帧和 81 帧窗口进行敏感性比较，其首末帧跨度分别为 50 ms 和 100 ms 。重复上述计算，比较所得速度的变化。

为描述液体前沿相对于 P_2 的位置，将 P_2 峰顶中心线处的弧长坐标记为 s_{crest} ，并定义相对坐标 $\xi = s_f(t) - s_{\text{crest}}$ 。因此， $\xi < 0$ 表示前沿尚未达到 P_2 峰顶， $\xi = 0$ 表

示位于 P_2 峰顶, $\xi > 0$ 表示主体前沿已经越过 P_2 , 进入出口侧的峰后区域。记录弯管下降至预设浸没深度后时间以电机停止时刻为 $t = 0$ 。

对于接近状态转变的实验条件, 每组参数至少重复实验 3 次, 以检验状态分类的重复性。根据图像空间标定和逐帧界面识别结果, 主体前沿位置的估计误差约为 $\pm 0.5 \text{ mm}$, 浸没深度的估计误差约为 $\pm 0.2 \text{ mm}$ 。

2.3 启动状态与两阶段描述

根据主体液柱前沿相对于 P_2 的运动过程及系统最终状态, 本文将实验结果分为以下三类: (1) 状态 I: 未越峰: 主体液柱前沿沿 P_2 上升支路向峰顶运动, 但在到达或越过峰顶前减速至停止, 随后沿原方向反向运动, 此时前沿的最大位置满足 $\xi_{\max} < 0$ 。(2) 状态 II: 越峰后回退: 主体液柱前沿首先越过 P_2 , 满足 $\xi_{\max} > 0$, 但在峰后仅继续推进有限距离, 随后逐渐减速至停止, 并发生整体回退。最终系统未建立持续的出口排流, 因此仍属于启动失败状态。(3) 状态 III: 稳定自启动: 主体液柱前沿越过 P_2 后持续沿出口侧推进, 在后续观察过程中未发生主体液柱的整体停滞和回退, 并最终建立从上游水槽至出口侧的两序输运过程, 形成持续排流。

第一阶段关注液体是否能够到达并越过 P_2 , 称为越峰阶段。第二阶段从液体已经越过 P_2 开始, 关注其能否在峰后继续推进而不发生整体回退, 并最终建立持续排流, 称为峰后启动阶段。因此, 越过 P_2 只是稳定自启动所必须经历的一个过程, 而不是稳定启动的充分条件。实验中观察到的“越峰后回退”状态正好将这两个阶段区分开。

3 实验结果

3.1 管径对启动状态的影响: 三种动力学结果

首先, 固定 $\Delta s = 0 \text{ mm}$ 、 $R = 20 \text{ mm}$ 、 $\Delta h = 25 \text{ mm}$, 改变管径 D , 比较液体前沿的运动过程。图 3 给出了不同管径下的代表性高速视频截图。当 $D = 15 \text{ mm}$ 时, 主体液柱前沿沿 P_2 上升支路推进, 但在到达峰顶之前停止, 随后发生回退。其最大推进位置仍位于 P_2 上游, 因此属于“未越峰”状态。 $D = 8$ 和 12 mm 时, 主体前沿均越过 P_2 , 但越峰之后只继续向下游推进有限距离, 随后停止并发生回

退，属于“越峰后回退”状态。当 $D = 4 \text{ mm}$ 时，液体前沿越过 P_2 后继续沿出口侧向下游推进，最终形成持续排流，因此判定为“稳定自启动”。

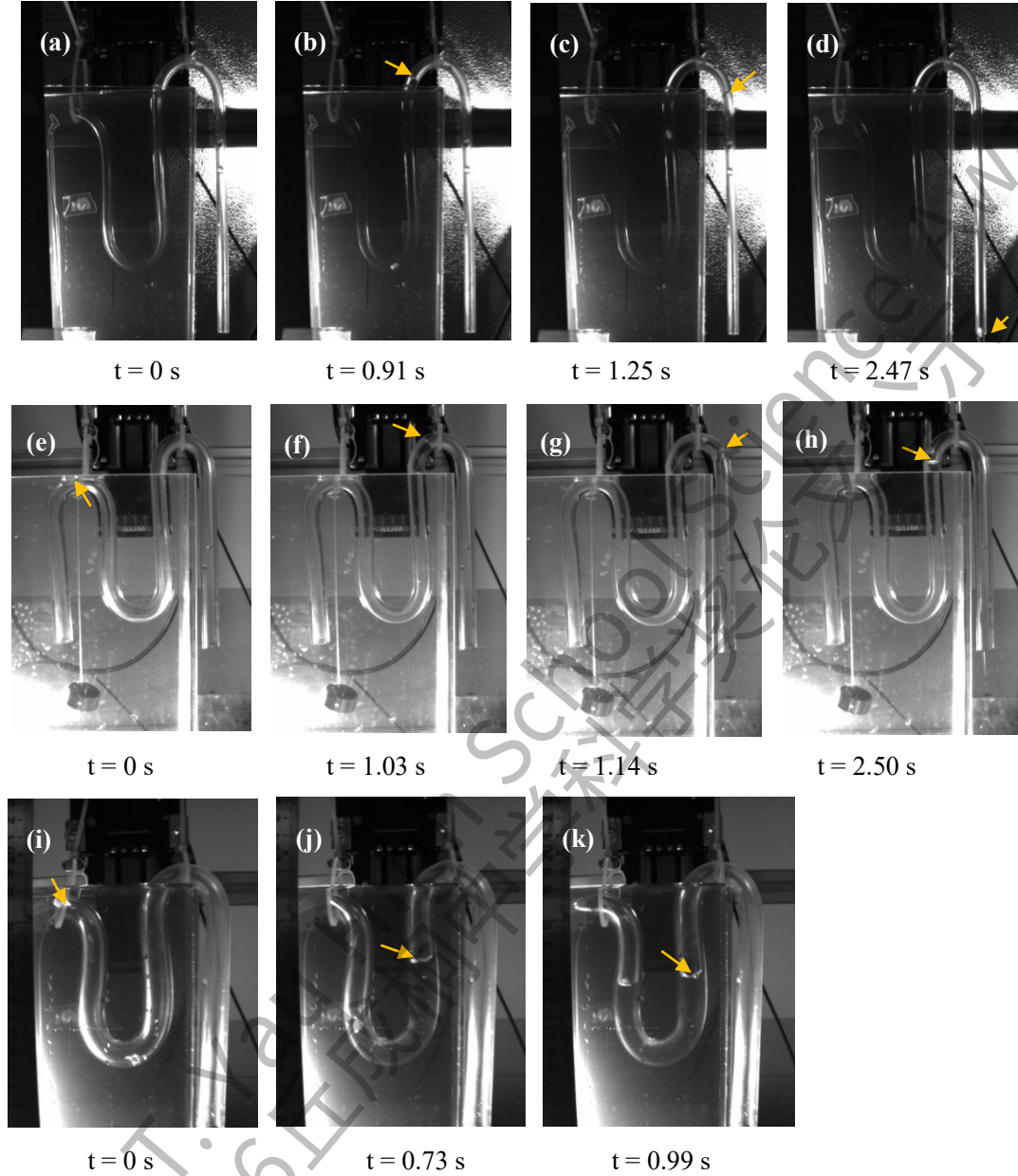


图 3 不同管径下自启动虹吸的三种典型状态: (a-d) $D=4 \text{ mm}$: 稳定启动; (e-h) $D=8 \text{ mm}$: 越峰后回退; (i-k) $D=15 \text{ mm}$: 未越峰。图中箭头指示主体液柱前沿位置, $t=0$ 定义为弯管下降至预设浸没深度后电机停止的时刻

图 4 进一步显示了主体液柱前沿相对于 P_2 峰顶的位置 ξ ($\xi = s - s_{\text{crest}}$) 随时间的变化。为统一不同实验之间的时间基准, 将弯管下降至预设初始浸没深度后停止的时刻定义为 $t=0$ 。对于 $D=15 \text{ mm}$, $\xi(t)$ 在达到最大值后开始减小, 且最大值始终小于 0, 说明主体前沿未能到达 P_2 峰顶。对于 $D=8 \text{ mm}$ 和 $D=12 \text{ mm}$,

$\xi(t)$ 均先越过零点，在峰后达到正的最大值，随后再次减小。而 $D=4\text{ mm}$ 时， $\xi(t)$ 越过零点后继续增大，未出现峰后转折，对应稳定自启动状态。

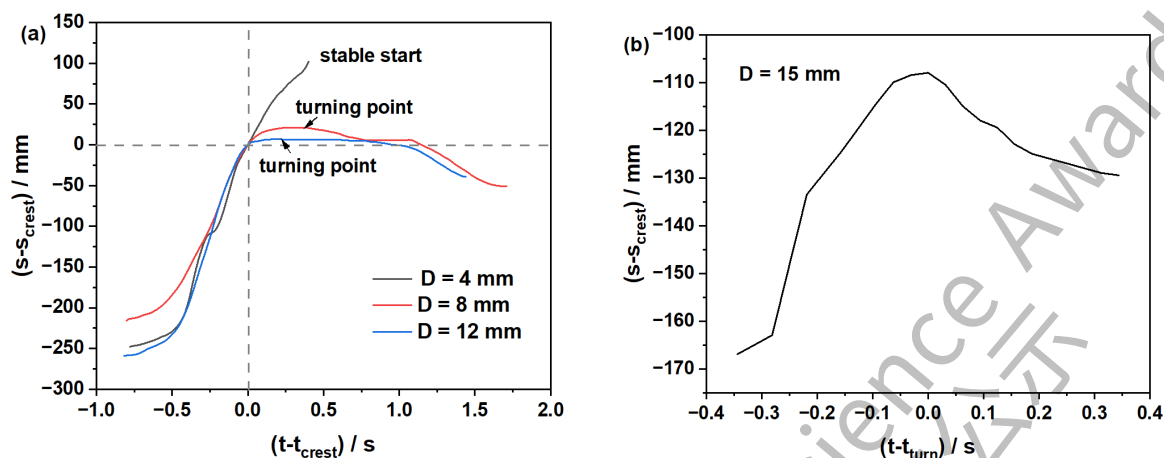


图4 不同管径下液体前沿相对 P_2 峰顶的位置-时间曲线。左： $D=4、8、12\text{ mm}$ ，分别代表稳定自启动、越峰后回退；右： $D=15\text{ mm}$ 未越峰情况（因未越峰，采用返回时间 t_{turn} ）

上述结果说明，在未越峰和稳定启动之间，存在一个可以清楚识别的“越峰后回退”状态。由此可将启动过程区分为两个阶段：越峰阶段和峰后启动阶段。特别是 $D=8$ 和 12 mm 的结果说明，完成第一阶段并不能保证第二阶段成功。

3.2 初始浸没深度对启动状态的影响：从回退到稳定启动

为进一步观察越峰后回退向稳定启动之间的转变，在固定 $D=8\text{ mm}$ 、 $R=20\text{ mm}$ 、 $\Delta h=75\text{ mm}$ 的条件下改变初始浸没深度 Δs 。如图5所示，当 $\Delta s=0\text{ mm}$ 时，主体液柱前沿未能越过 P_2 。当 $\Delta s=7\text{ mm}$ 时，前沿能够越过 P_2 ，但仅进入峰后区域较短距离后即发生回退。随着 Δs 增大到 24.5 mm ，主体液柱越峰后的最大推进距离明显更加，但最终仍发生整体回退。当 $\Delta s=28\text{ mm}$ 时，主体前沿越峰后持续向出口方向运动，最终形成稳定虹吸。

图6给出了相应的位置-时间曲线。当 $\Delta s=0\text{ mm}$ 时，液柱前沿 ξ 始终为负值，说明液柱前沿并未越过 P_2 ； $\Delta s=7$ 和 24.5 mm 时，前沿在越过零点后均达到最大值，随后下降，表明液柱经历了明显的峰后转折；而当 $\Delta s=28\text{ mm}$ 时， ξ 越过零点后继续增大，在实验观察时间内没有回退，对应稳定自启动状态。因此，在保持管道几何不变时，仅改变初始浸没深度即可得到未越峰→越峰后回退→稳定自启动的连续状态转变。

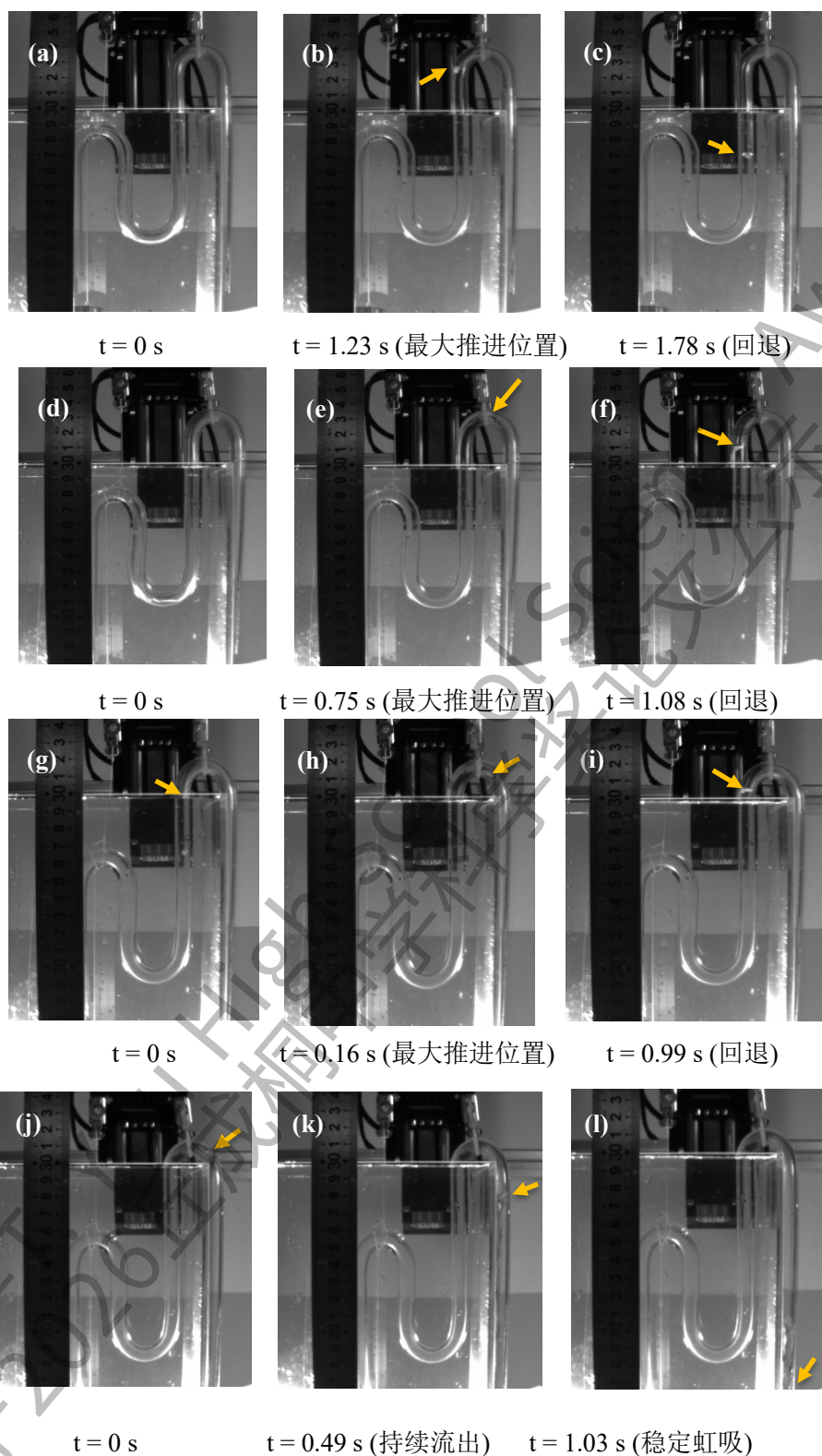


图 5 $D = 8 \text{ mm}$, $R = 20 \text{ mm}$, $\Delta h = 75 \text{ mm}$, 不同 Δs 下自启动虹吸的三种典型状态: (a-c) $\Delta s = 0 \text{ mm}$: 未越峰; (d-f) $\Delta s = 7 \text{ mm}$: 越峰后回退; (g-i) $\Delta s = 24.5 \text{ mm}$: 越峰后回退; (j-l) $\Delta s = 28 \text{ mm}$: 成功启动。图中箭头指示主体液柱前沿位置, $t = 0$ 定义为弯管下降至预设浸没深度后电机停止的时刻

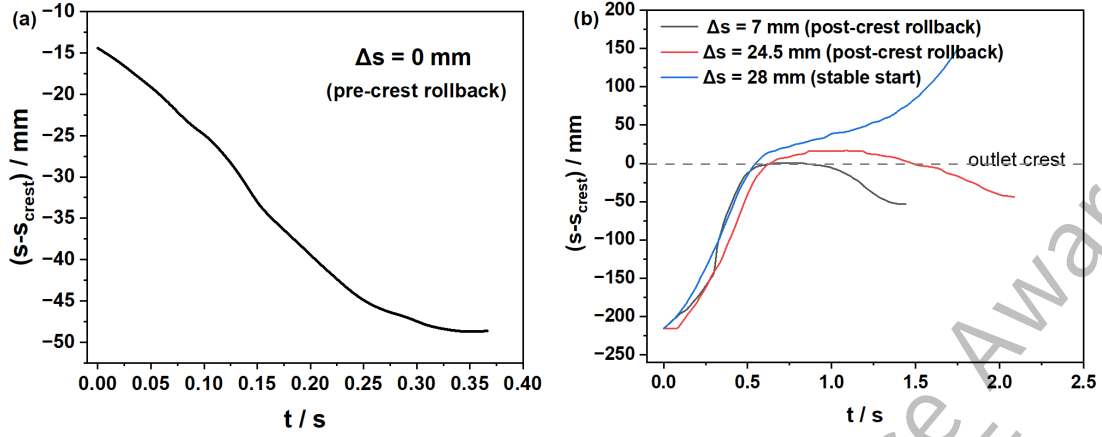
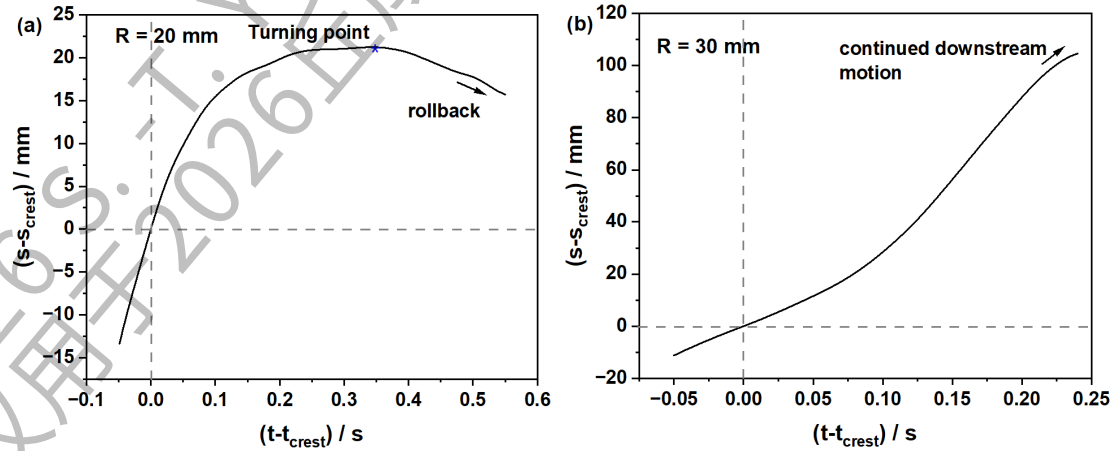


图 6 $D = 8 \text{ mm}$, $R = 20 \text{ mm}$, $\Delta h = 75 \text{ mm}$, 不同 Δs 下液体前沿相对 P_2 峰顶的位置-时间曲线: (a) $\Delta s = 0 \text{ mm}$; (b) $\Delta s = 7, 24.5$ 和 28 mm

3.3 弯曲半径对峰后运动的影响：峰顶速度不能单独判定启动结果

固定 $D = 8 \text{ mm}$ 、 $\Delta h = 25 \text{ mm}$ 、 $\Delta s = 0 \text{ mm}$ 的条件下，比较弯曲半径 R 对自启动的影响。如图 7(a)、(b)所示，当 $R = 20 \text{ mm}$ 时，主体液柱越峰后继续向前运动，但随后逐渐减速，在达到最大峰后位置后发生回退；而当 $R = 30 \text{ mm}$ 时，液柱越峰后继续向出口推进并最终稳定启动。

图 7(c)以两种工况拟合确定峰顶时刻为时间零点，展示了液柱前沿的速度演化。当 $R = 20 \text{ mm}$ 时，峰顶速度约为 $0.26 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ，而 $R = 30 \text{ mm}$ 时约为 $0.21 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 。可见，峰顶速度较大的工况发生回退，而速度较小的工况成功启动。这组对比表明，在本实验的不同弯曲半径条件下，仅凭峰顶瞬时速度的大小不足以判定能否稳定启动，还需考察液柱越峰后的速度演化及其能否持续向出口推进。



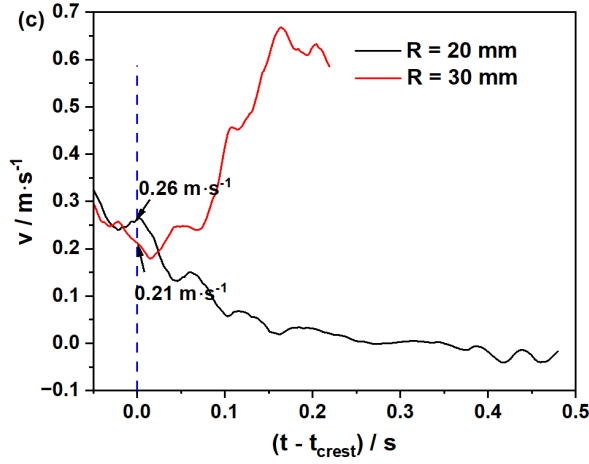


图 7 (a) $R = 20$ 和(b) $R = 30$ mm 弯管中液体前沿相对 P_2 峰顶的位置-时间曲线; (c)速度演化

3.4 两峰高差变化下的两阶段启动特征

固定 $D = 8$ mm、 $R = 20$ mm，分别在 $\Delta h = 25$ 、40、75 mm 条件下改变初始浸没深度 Δs ，所得启动状态分布如图 8 所示。可见，随着 Δs 增大，各组实验均表现出由启动失败向稳定自启动转变的趋势，其中 $\Delta h = 40$ 和 75 mm 时可清楚观察到“未越峰—越峰后回退—稳定自启动”的连续状态变化。总体上，随着 Δh 增大，实现稳定启动所需的 Δs 明显增大，同时“越峰后回退”状态所覆盖的 Δs 范围也呈扩大趋势。对于 $\Delta h = 25$ mm，最低测试值 $\Delta s = 0$ 时主体前沿已越过 P_2 并随后回退，因此该组实验不能确定第一阶段的越峰临界值，只能确定稳定启动的转变发生在 $\Delta s = 0$ 与 5 mm 之间。

这一趋势可能与 P_2 相对于上游自由液面的高度增加有关。较大的 Δh 会提高液体越峰及峰后继续推进所需克服的重力势能，使稳定启动需要更大的初始驱动；其峰后动力学原因将在第 4 节进一步讨论。

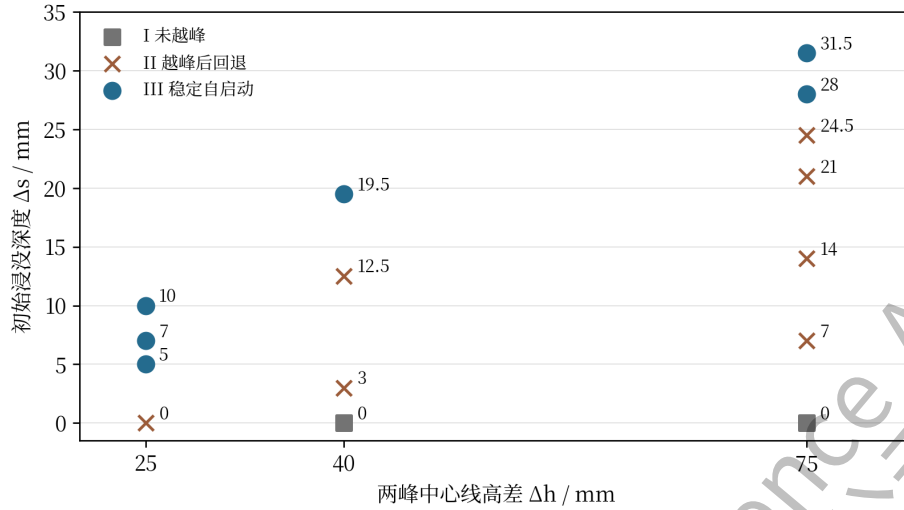


图 8 固定 $D = 8 \text{ mm}$, $R = 20 \text{ mm}$, 不同 Δh 和 Δs 下的启动状态分布

3.5 复杂界面状态与单前沿描述的适用性

除启动状态外, 实验还观察到气液界面形态会随几何参数发生明显变化。在部分较大管径或较大两峰高差的工况中, 气液界面可能出现壁膜先行、主体界面明显倾斜以及不同部分推进不同步等现象 (图 9); 而在界面较完整的工况中, 主体液柱前沿能够较清楚地由单一位置表示。

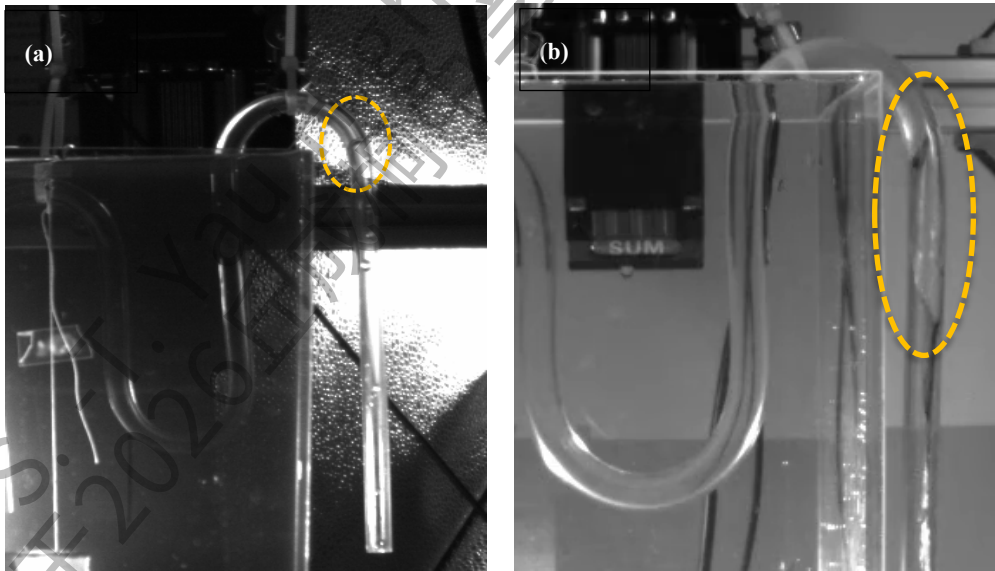


图 9 不同工况下的典型气液界面形态: (a) $D = 4 \text{ mm}$ 气液界面较完整、主体液柱连续; (b) $D = 8 \text{ mm}$ 出现壁膜先行、密闭气团等复杂界面状态

这些现象说明, 采用单一坐标 $s(t)$ 只适用于主体液柱连续且主气液界面能够明确识别的情况。当出现明显壁膜先行、强界面变形或独立液段时, 单一前沿已

不能完整表征实际两相运动。因此，后续一维模型主要用于界面较完整的单前沿工况，而不对上述复杂界面状态进行定量描述。

4 简化的一维峰后动力学模型

4.1 研究范围和基本假设

为解释实验中液柱越过 P_2 峰顶后仍可能停止并回退的现象，本文建立简化的一维峰后动力学模型。模型研究管道停止运动后的液柱推进过程，假设入口始终浸没于水中、水槽自由液面高度近似不变，管内液体形成连续且充满截面的液柱，前沿气体与大气连通。采用截面平均速度描述液柱运动，并将沿程摩擦和弯管等局部损失计入速度相关项。

模型采用准稳态入口近似，忽略水槽侧流体的附加惯性。液柱断裂、封闭气团、显著壁膜或强界面变形等情况不属于本模型的适用范围。

以 P_2 峰顶的管道中心线位置为沿程坐标原点，定义前沿相对于该位置的中心线弧长为 ξ ，沿出口方向为正。因此， $\xi = 0$ 表示前沿位于 P_2 峰顶， $\xi > 0$ 表示前沿进入峰后区域。记入口至 P_2 峰顶的中心线长度为 L_c ，则已充液长度 $L(\xi) = L_c + \xi$ 。在等截面、满管且单前沿的近似下，前沿沿程速度等于液柱截面平均速度，即 $v = \frac{d\xi}{dt}$ ，其中 $v > 0$ 表示前沿向出口推进， $v < 0$ 表示回退。

选取管道已经停止并稳定、前沿已越过 P_2 峰顶且仍在推进的时刻 t_a 作为计算起点。初始位置 ξ_a 和速度 v_a 均由实验确定。若液柱在管道停止前已经越峰（如 $\Delta h = 75 \text{ mm}$ ， $D = 8 \text{ mm}$ ， $R = 20 \text{ mm}$ ， $\Delta s = 28 \text{ mm}$ 的情况），则 $\xi_a > 0$ ， v_a 采用实际测得的正向速度。实验中的前沿位置根据已标定的管道中心线确定。

取竖直向上为正方向，记上游自由液面高度为 z_0 ， P_2 峰顶中心线高度为 z_c ，前沿所对应的中心线高度为 z_f 。由弯管的几何关系，得到 P_2 峰顶中心线相对于自由液面的高度为：

$$h_c = z_c - z_0 = \Delta h - \Delta s - \left(\frac{D}{2} + w\right) \quad (1)$$

其中 D 为管内径， w 为管壁厚度。

对于峰后由四分之一圆弧连接竖直下降段的几何结构，记管道中心线的弯曲半径为 R ，则前沿相对于自由液面的高度为：

$$h(\xi) = z_f(\xi) - z_0 = \begin{cases} h_c - R \left[1 - \cos\left(\frac{\xi}{R}\right) \right], & 0 \leq \xi \leq \frac{\pi R}{2} \\ h_c - R - \left(\xi - \frac{\pi R}{2} \right), & \xi > \frac{\pi R}{2} \end{cases} \quad (2)$$

其中, $h > 0$ 表示前沿高于上游自由液面, $h < 0$ 表示前沿低于上游自由液面。

4.2 入口条件和动量方程

设前沿气体侧压力为 p_g 、液体侧压力为 p_l , 定义毛细压差及其等效压头为

$$\Delta p_\sigma = p_g - p_l, \quad h_\sigma = \frac{\Delta p_\sigma}{\rho g}$$

其中 ρ 为液体密度, g 为重力加速度。当前沿气体近似与大气连通且气相压降可忽略时, 有 $p_g \approx p_{atm}$, 从而 $p_l \approx p_{atm} - \Delta p_\sigma$ 。

为建立简化模型, 将毛细压头视为由前沿位置给定的函数 $h_\sigma(\xi)$ 。定义净静态驱动

$$G(\xi) = g[h_\sigma(\xi) - h(\xi)] \quad (3)$$

其中, $G > 0$ 表示静态驱动有利于液柱向出口推进, $G < 0$ 表示静态驱动指向回流方向。G 的单位为 $m^2 s^{-2}$, 对应的等效静态压差为 $\Delta p_{eff} = \rho g$ 。

将入口截面记为 i , 其压力和高度分别为 p_i 和 z_i 。在水槽自由液面速度可以忽略的准静态入口近似下, 自由液面至入口截面的能量关系为:

$$\frac{p_i - p_{atm}}{\rho} = g(z_0 - z_i) - \frac{1 + K_e}{2} v^2 \quad (4)$$

其中 K_e 为入口损失系数。式中速度平方项前的负号表示入口流速的建立及入口损失使入口压力低于相应的静水压力。

将入口压力、前沿压力和重力项代入管内一维动量方程, 可得正向推进阶段的运动方程:

$$\frac{d\xi}{dt} = v, \quad L(\xi) \frac{dv}{dt} = G(\xi) - \frac{C(\xi, v)v^2}{2} \quad (5)$$

其中, 速度平方项的综合系数为

$$C(\xi, v) = 1 + K_e + K_b(\xi, v) + f_D(\xi, v) \frac{L(\xi)}{D} \quad (6)$$

式中, K_b 为已充液管段内弯管等局部损失系数之和, f_D 为达西摩擦阻力系数。式(6)中的常数项 1 来自式(4)的入口速度水头项, 其余各项分别反映入口损失、弯管等局部损失核沿程摩擦损失。

式（5）表明，峰后液柱运动由净静态驱动、当前充液长度以及速度相关项共同决定。本文使用该方程描述液柱正向推进至首次停滞的过程，不将其直接延伸为完整的反向流动模型。

4.3 峰后不利区的定义及物理解释

液柱前沿越过 P_2 后，虽然开始沿下降管段运动，但整根连续液柱不一定立即获得有利的净静态驱动。根据式(3)，静态驱动的方向取决于前沿相对于上游自由液面的高度及毛细压差。当 $h(\xi) > h_\sigma(\xi)$ 时，有 $G(\xi) < 0$ ，静态驱动仍指向后退方向。

若峰顶处满足 $h_c > h_\sigma(0)$ ，则

$$G(0) = g[h_\sigma(0) - h_c] < 0$$

这里， $G(0)$ 表示前沿位于空间坐标 $\xi = 0$ ，即 P_2 峰顶时的净静态驱动。

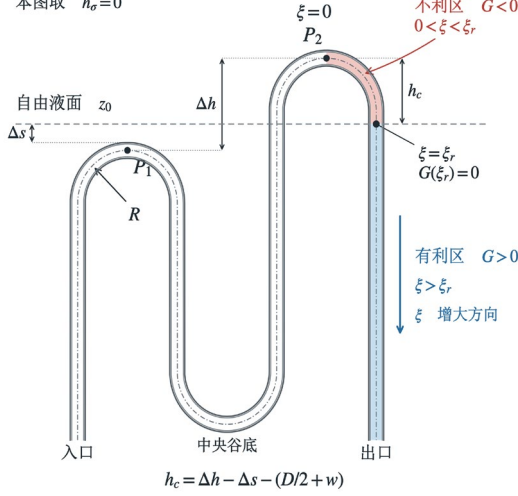
本文将从峰顶向下游延伸、满足 $G(\xi) < 0$ 的连续区间称为峰后不利区。若该区间在出口之前结束，且净静态驱动连续地由负转正，则将其终点记为 ξ_r 。该位置满足

$$G(\xi_r) = 0, \quad h(\xi_r) = h_\sigma(\xi_r) \quad (7)$$

因此， $0 < \xi < \xi_r$ 为本文讨论的峰后不利区。虽然前沿在该区间内沿管道下降，但静态驱动仍阻碍其向出口推进。

为突出几何作用，图 10 采用 $h_c = 0$ 的示意假设。此时， $G(\xi) = -g h \xi$ ，且 $G(0) = -g h_c < 0$ 。由式(7)可得 $z_f(\xi_r) = z_0$ ，即前沿下降至与上游自由液面登高的位置时，净静态驱动恰好为零；在前沿继续下降后，净静态驱动才变为有利。

(a)

本图取 $h_\sigma = 0$ 

(b)

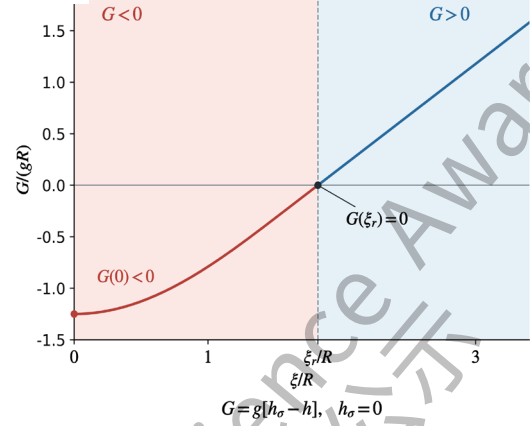


图 10 峰后不利区的几何定义及净静态驱动。(a)以出口侧峰顶 P_2 为管道中心线弧长坐标 ξ 的原点, 沿出口方向为正; ξ_r 为峰后净静态驱动首次由负转正的位置。为突出几何作用, 图中取 $h_\sigma = 0$, 因此 $G(\xi) = -g h \xi$, ξ_r 对应前沿与上游自由液面等高的位置。(b)根据四分之一圆弧连接竖直下降段的高度函数计算净静态驱动 $G(\xi)$ 。横、纵坐标分别以 R 和 gR 归一化, 示意取 $h_c/R = 1.25$; 红、蓝区域分别表示 $G < 0$ 的不利区和 $G > 0$ 的有利区。

峰后不利区也可以从重力势能变化理解。设管道截面积为 A , 当前沿正向推进 $d\xi$ 时, 管内增加的充液体积为 $A d\xi$ 。在自由液面高度近似不变的条件下, 水槽与管内液体组成的系统, 其重力势能变为

$$dU_g = \rho g (z_f - z_0) A d\xi$$

当 $z_f > z_0$ 时, $dU_g > 0$ 。这说明即使前沿局部沿下降管段运动, 系统继续充液仍需要增加重力势能。液柱已有的动能以及可能有利的毛细作用, 可使前沿在这一阶段继续推进; 同时, 流动损失会消耗机械能。

对于式(2)给出的几何结构, 若进一步将 h_σ 近似为常数, 则由式(7)可求得不利区终点:

$$\xi_r = \begin{cases} R \arccos\left(1 - \frac{h_c - h_\sigma}{R}\right), & 0 < h_c - h_\sigma \leq R \\ \frac{\pi R}{2} + h_c - h_\sigma - R, & h_c - h_\sigma > R \end{cases} \quad (8)$$

第一种情况表示不利区在下降圆弧内结束, 第二种情况表示不利区延伸到竖直直管内。式(8)要求 $h_c > h_\sigma$, 且计算得到的 ξ_r 位于出口之前。若 $h_c < h_\sigma$, 则在这一

常量毛细压头近似下，峰顶附近不存在上述不利区；若 h_0 随位置变化，则应根据式(7)确定边界。

4.4 峰后不利区的穿越判据

在正向推进过程中，若前沿位于不利区内，则 $G < 0$ 。根据式(5)，在 $L(\xi) > 0$ 且速度相关项非负的条件下，有 $\frac{dv}{dt} < 0$ 。因此，液柱虽然仍向出口运动，其速度却持续减小。在其他条件相同时，降低流动损失可以减弱减速，但不能在 $G < 0$ 时使加速度变为正值。

为比较不同前沿位置处的运动状态，定义 $u(\xi) = v^2(\xi)$ 。在 $v > 0$ 的正向运动分支上，由链式法则可得 $\frac{du}{d\xi} = 2 \frac{dv}{dt}$ ，将其代入式(5)，得到速度平方的沿程演化方程及初始条件：

$$\begin{cases} \frac{du}{d\xi} + \frac{c(\xi, \sqrt{u})}{L(\xi)} u = \frac{2G(\xi)}{L(\xi)} \\ u(\xi_a) = v_a^2 \end{cases} \quad (9)$$

其中 $u(\xi) = v^2(\xi)$ ， $L(\xi) = L_c + \xi$ ； ξ_a 和 v_a 分别为实验确定的实际峰后初始位置和速度。式(9)用于正向推进过程，求解至首次停滞或到达不利区终点。

针对 $0 < \xi_a < \xi_r$ 、 $v_a > 0$ 的初始状态，区分三种情况：

(1) 不利区内首次停滞。若正向轨迹在达到 ξ_r 之前首次出现速度为零，则

$$\begin{aligned} \xi_a &< \xi_t < \xi_r, \\ u(\xi) &> 0 \quad (\xi_a \leq \xi < \xi_t), \\ u(\xi_t) &= 0, \quad G(\xi_t) < 0 \end{aligned} \quad (10a)$$

其中， ξ_t 为首次停滞位置。在速度相关项随 $v \rightarrow 0$ 、且忽略接触线钉扎等静态阻碍的条件下，停滞瞬间的加速度满足

$$a_t = \frac{G(\xi_t)}{L(\xi_t)} < 0$$

因此，液柱在首次停滞时具有开始回退的趋势。但不能仅凭速度为零就断定发生回退。停滞后的反向运动需另行建立相应的流动模型。

(2) 以有限速度穿越不利区。若前沿在到达 ξ_r 之前始终保持正向推进，即

$$\begin{aligned} u(\xi) &> 0 \quad (\xi_a \leq \xi \leq \xi_r), \\ u(\xi_r) &> 0 \end{aligned} \quad (10b)$$

此时，液柱能够在正向速度降至零之前穿过峰后不利区。该条件说明液柱已越过这一段不利静态驱动区域，但不能单独保证后续一定形成持续稳定的虹吸，还需结合后续液柱连续性、出口条件及实际出流状态进行判断。

(3) 临界情况。在给定几何结构、毛细压头和速度相关项模型的条件，不利区内停滞和有限速度穿越之间的分界可用临界轨迹表示：

$$\begin{aligned} u(\xi) &> 0 \quad (\xi_a \leq \xi < \xi_r), \\ \lim_{\xi \rightarrow \xi_r^-} u(\xi) &= 0 \end{aligned} \quad (10c)$$

该条件表示正向轨迹接近不利区终点时，速度趋于零。

由式(9)及式(10a) - (10c)可知，液柱能否穿越峰后不利区，取决于初始运动状态、沿程净静态驱动、充液长度及速度相关项的共同作用。因此，不同几何条件下的峰顶瞬时速度不能单独作为稳定启动的充分判据。本文据此定性分析峰后减速、停滞和穿越的机制。但是，因未确定相应的毛细压头及流动损失参数，无法进行定量预测。

5 模型对峰后运动行为的解释及实验比较

5.1 峰后停止位置的模型解释

为检验峰后不利区内的停滞与穿越机制，图 11 比较了 $D = 8\text{mm}$ 、 $\Delta h = 75\text{mm}$ 、 $R = 20\text{mm}$ 实验用管在 $\Delta s = 24.5\text{mm}$ 和 $\Delta s = 28\text{mm}$ 两种工况下，液柱重力压头 H_g 和前沿速度 v 的时间演化。本文定义 $H_g = z_0 - z_f$ 。在忽略毛细压头的近似下，有 $G = gH_g$ ，因此 $H_g < 0$ 表示净静态驱动不利于液柱向出口推进，而 $H_g = 0$ 对应净静态驱动由负向正转变的位置。

对于 $\Delta s = 24.5\text{mm}$ 工况，液柱越过 P_2 后速度持续减小，并在 $t_t \approx 0.30\text{s}$ 附近首次降至零。此时 H_g 仍明显小于零，即前沿尚处于净静态驱动不利的区域。随后速度变为负值，表明液柱发生回退。该实验过程满足 $v(\xi_t) = 0, G(\xi_t) < 0$ ，与式(10a)所描述的“不利区内首次停滞”情况相符。结合视频与弯管几何，该工况的首次停滞位置约为 $\xi_t \approx 17\text{mm}$ ，进一步说明液柱在尚未穿过峰后不利区之前已经耗尽了正向运动能力。

相比之下， $\Delta s = 28\text{mm}$ 工况的前沿在越峰后虽然也经历减速，但始终保持正向运动。约在 $t_r \approx 0.66\text{s}$ 时， H_g 穿过零点，而此时前沿仍具有约 $0.08\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 的正向

速度。也就是说，液柱在正向速度降为零之前已经通过净静态驱动的不利区域。这与式(10b)所描述的“以有限正向速度穿越不利区”的情况一致。

因此，两种工况的关键差异并不在于液柱是否能够越过出口侧峰顶，而在于其正向速度能否保持到净静态驱动由不利转为有利的位置。对于失败工况，液柱在 $G < 0$ 时即发生首次停滞并回退；对于成功工况，液柱在 $G = 0$ 时仍具有正向速度，随后能够继续向出口推进并最终建立稳定虹吸。上述结果为第 4 部分提出的峰后不利区及其穿越判据提供了直接的实验支持。

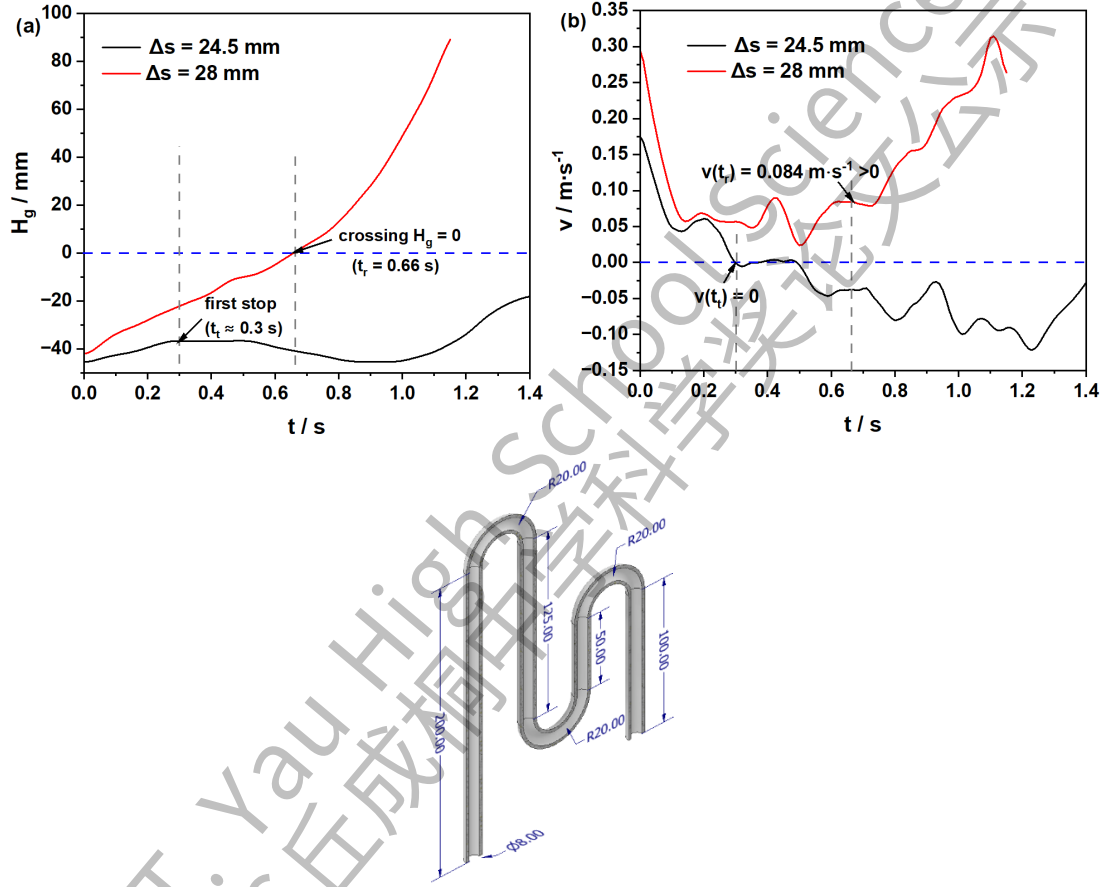


图 11 上：不同浸没深度下峰后重力压头和前沿速度的时间演化：(a)重力压头 $H_g = z_0 - z_f$ 随时间的变化；(b)前沿速度 v 随时间的变化。 $t = 0$ 对应前沿到达 P_2 的时刻。两条曲线分别表示 $\Delta s = 24.5$ mm 的越峰后回退工况和 $\Delta s = 28$ mm 的稳定启动工况。水平虚线分别表示 $H_g = 0$ 和 $v = 0$ ；竖直虚线 t_f 表示 $\Delta s = 24.5$ mm 工况的首次停滞时刻， t_r 表示 $\Delta s = 28$ mm 工况穿过 $H_g = 0$ 时刻。在取 $h_\sigma = 0$ 的近似下，有 $G = gH_g$ 。下：实验用管的几何

尺寸

5.2 为什么“峰顶速度更大”仍可能失败

第 3.3 节的对比表明，峰顶瞬时速度的大小不足以单独判定稳定启动。根据第 4 节的模型，液柱越峰后的速度变化还受到净静态驱动、已充液长度及沿程损失的共同影响。弯曲半径改变了峰后管道的几何形状，因此，即使峰顶速度较小，后续运动也可能与较大峰顶速度的工况不同。为进一步考察这一过程，图 12 放大了 $R = 30\text{mm}$ 工况在峰顶附近的速度曲线。以 Tracker 追踪的轨迹拟合确定的峰顶时刻为时间零点，得到前沿速度由峰顶处约 $0.21\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 降至约 $0.18\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ，局部最低点出现在 $t - t_{\text{crest}} \approx 0.015\text{ s}$ ，随后速度回升。这说明该工况的前沿在拟合峰顶之后经历了短暂减速，并非立即持续加速。图中的灰色带为采用 41、61 和 81 点平滑窗口所得速度的逐点最小~最大范围，用于展示结果对平滑窗口的敏感性。

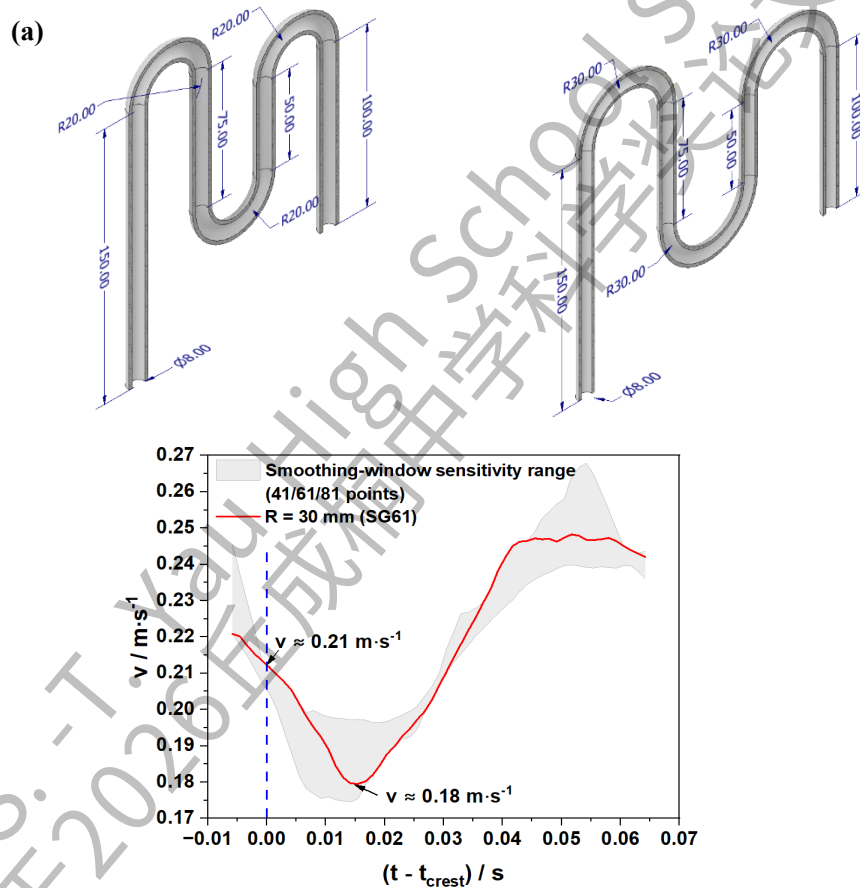


图 12 (a) 弯管几何参数；(b) $R = 30\text{ mm}$ 工况下主体液柱越峰初期的速度变化及其平滑窗口敏感性。轨迹以越峰时刻 t_{crest} 为时间零点，红线表示采用 61 点 Savitzky-Golay 平滑处理得到的前沿速度，灰色阴影为 41、61 和 81 点窗口所得速度的最小值至最大值范围

在管道已经停止、液柱保持连续且前沿仍向出口推进的条件下，若净静态驱动 $G(\xi) < 0$ 、阻力项非负，模型预测前沿速度沿程降低。图 12 中的初始减速趋势与这一条件下的预测一致。但由于液柱在后续的推进过程中，出现界面拉长、气腔封闭的复杂形态（如图 13 所示），无法用现有的单一满管液柱前沿模型进行描述，因此无法确定实验中的不利区边界。

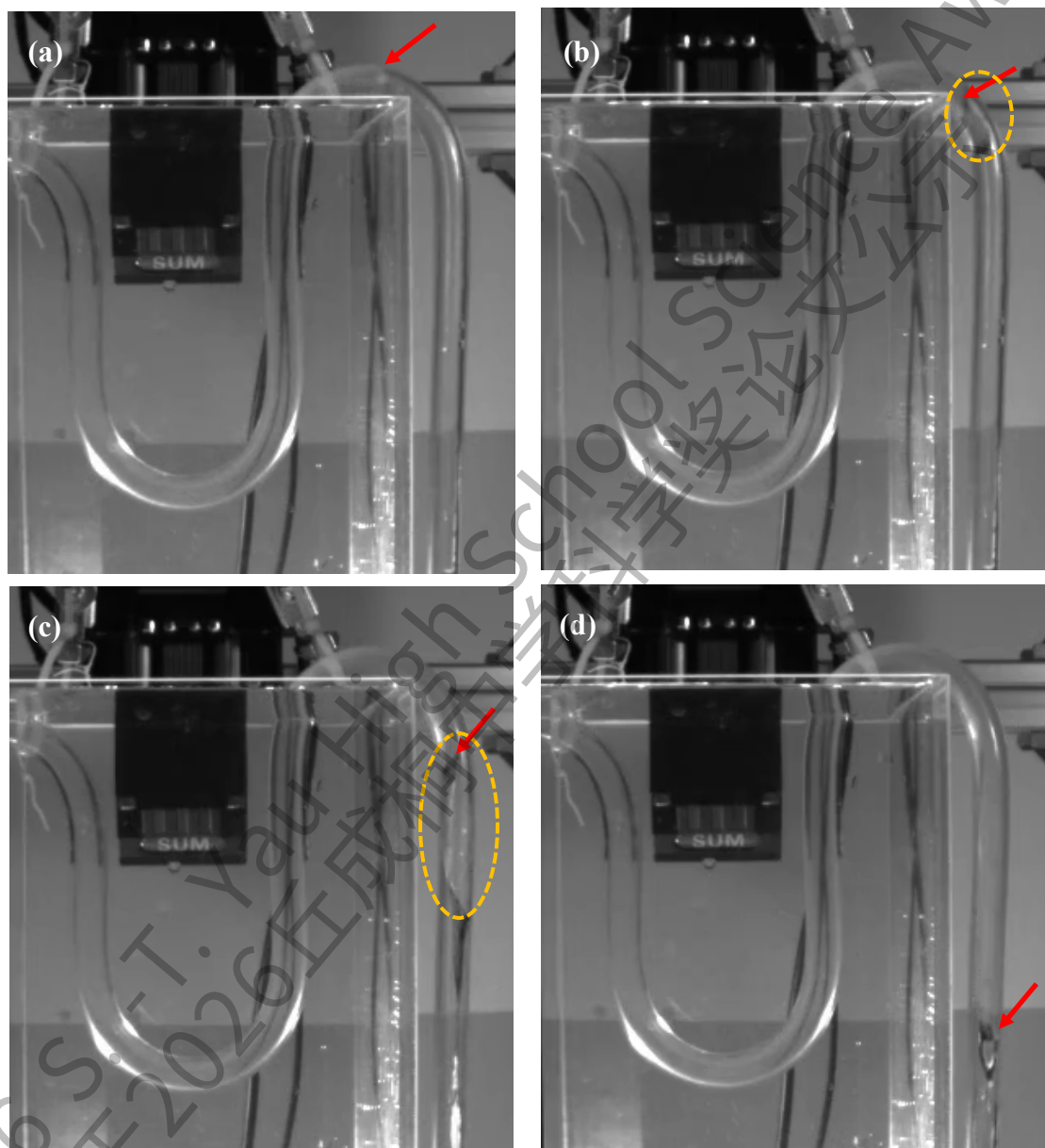


图 13 $R = 30 \text{ mm}$ 工况下液柱越过 P_2 后界面形态变化的高速摄影序列。图中红色箭头指示主体前沿位置，黄色虚线框显示界面拉长、气腔封闭形态。

5.3 模型适用范围和不确定性

本文的一维模型仅适用于主体液柱连续、管内近似满截面充液，且主气液界面可由单一前沿位置 ξ 描述的峰后阶段。对于明显壁膜先行、强界面变形、断柱或封闭气团等情况， ξ 与截面平均速度 v 已不足以描述实际两相流动，因此不属于本模型的严格定量适用范围。

模型初始状态 (ξ_a, v_a) 由实验确定，阻力系数及动态毛细压差尚未通过独立实验充分标定。因此，本文主要利用该模型解释峰后减速、首次停滞和穿越不利区的动力学机制，而不将其视为可由几何条件直接预测启动边界的无参数模型。实验结果与模型判据在定性上相符，但模型的定量预测能力仍需通过独立参数测量和更多工况进一步验证。

6 结论

(1) M 型自启动虹吸存在未越峰、越峰后回退和稳定自启动三种状态，因此“越过出口侧关键峰”和“最终形成稳定虹吸”是两个不同的动力学条件。

(2) 初始浸没深度和几何参数会显著影响启动结果。在 $D = 8 \text{ mm}$ 、 $R = 20 \text{ mm}$ 、 $\Delta h = 75 \text{ mm}$ 条件下， $\Delta s = 24.5 \text{ mm}$ 时液柱越峰后仍回退，而 $\Delta s = 28 \text{ mm}$ 时能够稳定启动；随着 Δh 增大，稳定启动所需的初始浸没深度总体上升，越峰后回退区域也趋于扩大。

(3) 峰顶瞬时速度不是稳定启动的充分判据。 $R = 20 \text{ mm}$ 工况的峰顶速度高于 $R = 30 \text{ mm}$ ，却前者回退、后者稳定启动，说明启动结果取决于整个峰后路径上的静态驱动、惯性和耗散共同作用。

(4) 建立的准一维模型表明，峰顶后的有限惯性需要支撑液柱穿过净静态驱动不利区；若速度在穿越前降为零，则具有回退趋势。该判据能够解释本文单前沿工况下的峰后行为，但模型仍依赖实验初始速度及阻力、毛细参数，不能视为对所有两相状态的普适预测模型。

参考文献

- [1] 戴啸扬, 张莹秋, 郑俊等. 细管径虹吸流速计算参数分析与修正计算方法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2023, 55(2): 62-69.
- [2] CHEN Y, FENG J, ZHU D Z, et al. Air Pocket Removal during Siphon Priming[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2023, 149(7): 04023017.
- [3] 陈奇, 刘霞, 黄可灿等. 泵站虹吸式出水流道驼峰排气过程气液两相流研究[J]. 中国农村水利水电, 2022(10): 163-171.
- [4] 李亚婷, 王忠东, 董艳鹏等. 微通道中毛细流动及其工程应用的研究进展[J]. 化工学报, 2024, 75(1): 159-170. DOI: 10.11949/0438-1157.20230654.
- [5] CAI J, CHEN Y, LIU Y, et al. Capillary imbibition and flow of wetting liquid in irregular capillaries: A 100-year review[J]. Advances in Colloid and Interface Science, 2022, 304: 102654.
- [6] KOLLIPOULOS P, KUMAR S. Capillary flow of liquids in open microchannels: overview and recent advances[J]. NPJ Microgravity, 2021, 7: 51.
- [7] DUAN C, YANG X, JIANG S, et al. Early stage of externally driven filling of viscous fluids within a microfluidic pore-doublet network[J]. Physics of Fluids, 2022, 34(2): 022001.
- [8] International Young Physicists' Tournament. Problems for the 39th IYPT 2026: Problem 1 "Invent Yourself"[EB/OL], 2025.

致谢与研究过程说明

1. 研究背景、指导关系与外部协助

本研究源自 IYPT 2026 第 1 题“*Invent yourself*”（自启动虹吸）。最初的研究主要考察管径、弯曲半径、两峰高差和初始浸没深度等参数对自启动结果的影响。在实验过程中，发现自启动过程并不能简单划分为“成功”和“失败”两种情况，而是可以重复观察到三种不同的动力学结果：未越过出口侧关键峰、越峰后回退以及稳定自启动。

基于这一实验现象，本研究进一步将问题集中到“液体越峰后为什么仍可能停止并回退”。为此，通过不同管径、初始浸没深度和弯曲半径条件下的对比实验，结合高速视频获得的液体前沿位置与速度数据，对越峰后的动力学过程进行分析，并在主体液柱连续、主气液界面可以近似为单一前沿的条件下建立最低阶一维动力学模型，用于讨论峰后惯性、静态驱动和流动耗散之间的竞争关系。

2. 指导关系、研究分工和外部协助

指导教师为本校社团及物理学术竞赛指导教师，无偿指导。感谢指导教师在选择题讨论、实验方案与安全、数据分析、理论解释以及论文结构和文字修改方面提供的指导。

参赛学生负责选题与问题提出、实验方案设计、装置搭建、实验实施、高速视频和原始数据获取、Tracker 轨迹提取、数据整理与计算、理论分析、图表制作及论文初稿与修订。除上述指导外，无其他人员或机构提供实验、数据、设备或分析协助。

3. 研究困难及解决过程

主要困难是区分主体液柱运动与局部壁膜铺展，并解释越峰后回退。部分工况出现界面变形、壁膜先行、气腔封闭等现象，单一前沿位置难以完整表征流动。研究中通过逐帧复核视频，区分主体前沿与局部液膜，根据主体液柱运动判定启动状态；数据处理中比较 41、61、81 点平滑窗口的结果，评估速度变化对处理方法的敏感性。

理论分析限定于主体液柱连续、主界面可近似为单一前沿的阶段，讨论惯性、静态驱动与耗散的竞争。对于壁膜先行、强界面变形或液柱分离等复杂状态，结

合影像讨论现象及模型局限。由于部分损失参数、动态接触角和气相压力尚未独立测量，当前模型仅用于解释机制，无法用于普适的定量预测。

4. AI 工具使用情况

本研究使用 OpenAI ChatGPT (GPT-5.6)，指导教师在使用前已知情并许可。自 2026 年 9 月 6 日起，在论文整理与后续修订中按任务多次开展多轮交互，具体时间及频率见随附对话记录。

AI 辅助内容包括论文结构与语言修改、公开参考文献信息及赛事要求核查、模型适用范围检查、对 Tracker 轨迹数据的 Savitzky–Golay 平滑处理和绘图脚本编写。理论讨论中，AI 建议区分主体前沿与壁膜运动，在增长液柱模型中考虑变质量惯性项。后续还辅助进行不同平滑窗口结果比较、以及相关段落和图题修改。

AI 未参与实验实施、原始数据采集、分析实验视频、提取液柱前沿的轨迹以及最终状态判定。参赛学生负责结合原始视频、数据及物理推导核验上述输出，并决定是否采用；未经核验的分析不作为定稿依据。AI 相关聊天记录和辅助材料另行提交，供组委会核查。