

参赛队员姓名：叶荣佩，吴圣添

中学：深圳国际交流书院

省份：广东

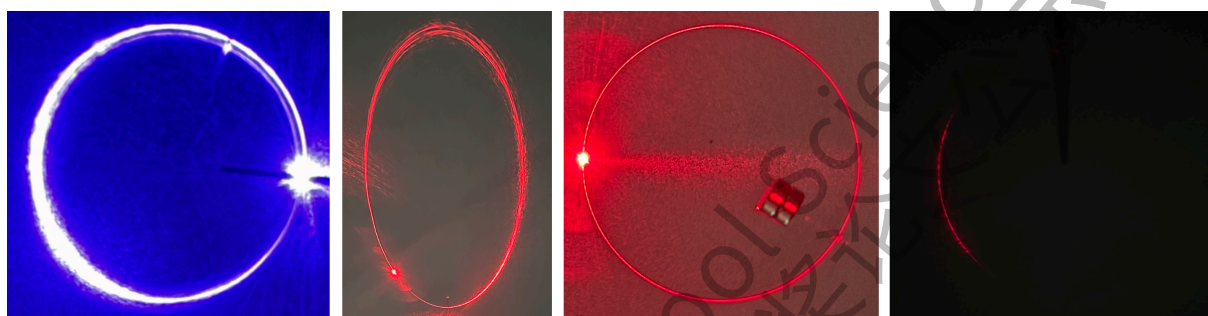
国家/地区：中国

指导教师姓名：吴邵汐

指导教师单位：深圳国际交流书院

论文题目：金属丝表面的光散射现象——
环形光的几何特征与调控

金属丝表面的光散射现象——环形光的几何特征与调控



摘要附图：本文所观察到的不同情况下的投影光环。从左到右依次为金属丝垂直于光屏时的投影光环；金属丝不垂直于光屏时的投影光环；使用微米级钛丝时的投影光环；激光束局部照射金属丝时的投影光环

摘要

准直激光斜入射细圆柱体表面会形成的圆锥状散开的光散射面，这是微细线缆光学在线测量、表面微缺陷探伤及空间光束整形的重要物理载体。然而，现有研究大多建立在“观察屏与圆柱轴线严格正交”的理想假设之上，缺乏对非正交倾斜姿态下光环投影畸变的系统定量解析。此外，这一体系的分析往往将宏观几何反射与微观波动衍射分开探讨，对其共存区域的探讨与观测缺失。针对上述局限，本文构建了一套融汇几何光学反射、非正交空间畸变、微观波动衍射及光束孔径约束的统一理论与实验分析框架。在理论推导方面，本文解析推导了光锥在倾斜观察屏截割下的二次曲线方程，给出了椭圆光环离心率及几何中心偏移率关于激光掠入射角与光屏倾角的依赖；结合巴比涅原理，建立了沿圆锥波面分布的微细金属丝弧形衍射模型，导出了暗纹间距与波长、空间光程及细丝直径的依赖关系；进一步从周向方位角映射的几何边界出发，推导了有限光斑尺度下光环可见张角（完整度）关于光斑与细丝直径比值的理论结果。在实验方面，搭建了具备多自由度姿态调节的光学测量平台，不仅验证了正交正圆环半径的线性几何尺度缩放与关于非正交椭圆环畸变参量的理论预测，更在微米级细金属丝实验中首次清晰的观察到了宏观几何反射圆环与微观弧形衍射条纹共存的现象。我们通过对衍射暗纹间距的测量，实现了细金属丝直径的高精度非接触测定，并实验证实了光束强度空间分布对光环角域边缘的截断机制。本文全面阐明了空间光锥截面从正圆、偏心椭圆到开环构型的变化机

制，连接了从宏观柱面反射到微观细丝衍射的桥梁。不仅丰富并完善了柱面空间光锥的基础光学理论，更为复杂工业与现场无损检测中微细线缆的高精度测径、微小表面缺陷评估以及三维空间空间姿态原位反演重构提供了理论依据与可行的方法支撑。

1 引言

当一束光倾斜照射到一根表面光滑的细圆柱体（如金属细丝）上时，下游光屏上究竟会呈现出怎样的光斑图样？直觉上，弯曲狭窄的圆柱表面似乎只会将光线杂乱地反射开来，在屏上留下散落的光点或局部的亮线。然而实验表明，射向圆柱不同侧面的光线均以恒定的掠射角向四周散开，在三维空间中展开为一个以入射点为顶点、对称包裹着圆柱轴线的“空间圆锥形光面”（Spatial Light Cone）。若在下游放置一块垂直于圆柱轴线的观察屏，这个空间光锥便会被平整截断，在屏上投射出一个清晰明亮的几何正圆光环。若使圆柱或光屏发生微小的倾角偏转，圆环便会遵循圆锥截线几何平滑畸变为偏心椭圆；而当金属丝粗细缩减至数十微米乃至与光波长相当时，光波的衍射效应开始凸显，原本光滑的光环上会进一步叠加一层沿弧线排布、明暗相间的弯曲衍射条纹。这种宏观几何反射环与微观波动衍射纹共存的独特光学图景，不仅展现了空间波面演化的精妙规律，也为微细线缆在线测径、表面微缺陷探伤以及光束空间整形等精密测量领域提供了富有启发性的物理基础。

围绕光束与微小圆柱介质的相互作用，学界已从不同角度展开了较多探索。在近场分布与共振特性方面，Kozaki（1982）分析了高斯光束照射径向非均匀介质圆柱时的折射与聚焦特性，系统描述了光在圆柱附近的近场分布，阐明了衍射对波前聚焦位置的调制规律 [1]；Lock（1997）系统研究了斜入射条件下无限长介质圆柱的形貌依赖共振（MDR）现象，预测了高斯光束入射时共振散射具有显著的角度选择性 [2]。在几何与波动的定量反演方面，Saiz 等人（1996）针对基底上金属圆柱的散射图样开展反演分析，评估了圆柱在基底表面的下陷深度，使散射测量从单纯的几何尺寸标定拓展到微小表面缺陷的深度评估 [3]；Glass（1996）开发了一个二维 Fresnel 衍射模型，定量评估了纤维局部曲率对衍射图样及测量精度的影响，弥补了传统几何光学模型忽略衍射效应的不足 [4]；国内学者赵建林等人（2002）则从几何与波动光学的融合视角出发，系统揭示了激光斜射圆柱介质表面产生空间光锥现象的物理根源 [5]。

然而，综合考虑现有的理论模型与实验观测，绝大多数研究均建立在一个理想化的几何前提之下——观察屏法向与圆柱轴线严格平行（即光屏正交截割光锥）。但在实际检测或复杂的空间环境中，被测线缆或观察屏难免存在姿态倾斜。一旦破坏正交性，光锥截面便转化为广义圆锥截线问题，投影光环不仅会由正圆畸变为偏心椭圆，在极端倾斜甚至会退化为开放的抛物线或双曲线分支。目前文献对这种由空间非正交姿态引起的几何畸变规律，包括椭圆离心率演化与几何中心漂移，尚缺乏闭合的解析推导与系统验证。更为关键的是，以往工作往往在大尺度下单独分析宏观反射，或在微小尺寸下单独

探讨狭缝衍射，极少在统一的实验框架下，定量揭示反射椭圆环、弯曲弧形衍射条纹以及有限光斑尺度所引起的光环角域截断三者之间的协同演化机理。

针对上述理论与实验空白，本文突破传统正交假设的局限，构建了一套融汇三维几何矢量、弯曲波面衍射与光束孔径约束的统一分析框架。在几何光学层面，将非正交投影抽象为空间光锥与倾斜截面的相交问题，严格推导出椭圆离心率与中心偏移率关于屏幕偏角及激光掠入射角的解析映射关系，阐明了从正圆、偏心椭圆到开环拓扑突变的完整几何机理。在波动光学层面，引入巴比涅原理刻画弯曲锥状波面的空间传播，将细丝边缘的受阻衍射等效为沿环面展开的相干波场叠加，确立了弧形暗纹间距与波长、空间光程及细丝直径的定标法则，实现了基于环上条纹对微细线缆直径的非接触高精度反演。此外，针对实际光束截面尺寸与细丝直径的比例限制，分析从周向方位角投影的几何边界出发，定量揭示了入射光斑覆盖率对光环可见张角与边缘截断效应的制约机制。这一框架将宏观几何光学与微观波动光学现象融为一体，为复杂姿态下的微细线缆光学检测与空间形貌重构提供了基本的理论依据。

本文的行文安排如下：第二节推导空间光锥矢量方程，建立非正交截割下的椭圆畸变公式、基于巴比涅原理的弧形衍射模型以及光环完整度判据；第三节介绍多自由度空间姿态光路设计、实验流程及图像标定提取方法；第四节展示实验测量数据，并与理论预测进行系统的定量比对与物理机制讨论；第五节总结全文主要结论，并对未来的扩展研究与工程应用前景进行展望。

2 理论模型

2.1 柱面反射产生的圆环光

在探究激光束与金属丝相互作用的物理现象时，我们首先从宏观的几何光学角度出发，分析圆形光环的形成机制。假设金属丝具有一定的宏观尺寸，且表面近似光滑，此时光束与介质的相互作用主要以镜面反射为主。我们建立以金属丝中心轴为 z 轴的三维直角坐标系 $O-xyz$ 。如图1所示，选取金属丝表面被照亮的一小段，引入横截面方位角 φ ($\varphi \in [-\pi/2, \pi/2]$, y 轴上 $\varphi = 0$)。

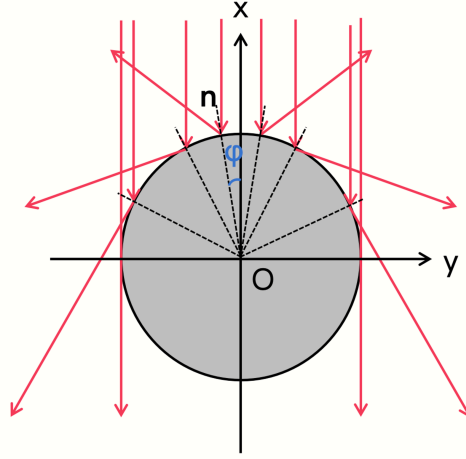


图 1: 金属丝截面理论示意图

该微小柱面元上的单位法向量可以表示为:

$$\mathbf{n} = (\sin \varphi, \cos \varphi, 0) \quad (1)$$

若激光束倾斜照射到金属丝表面, 设入射方向与金属丝轴线的夹角为 α (即局部掠入射角, 与入射角互余), 则表征光线传播方向的入射光线方向矢量为:

$$\mathbf{i} = (0, -\sin \alpha, \cos \alpha) \quad (2)$$

根据三维空间中的几何反射定律, 反射光线方向矢量 $\mathbf{v}$ 可以由入射分量在法线方向上的反演精确求出。首先求入射光在法线上的投影:

$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{n} = -\sin \alpha \cos \varphi \quad (3)$$

代入矢量反射公式进行展开有:

$$\mathbf{v} = \mathbf{i} - 2(\mathbf{i} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} = (0, -\sin \alpha, \cos \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \varphi (\sin \varphi, \cos \varphi, 0) \quad (4)$$

分别合并 x, y, z 三个方向的分量, 并利用二倍角公式 ($2 \sin \varphi \cos \varphi = \sin 2\varphi$ 及 $2 \cos^2 \varphi - 1 = \cos 2\varphi$), 可得到极为简洁的反射光线方向矢量结果:

$$\mathbf{v} = (\sin \alpha \sin 2\varphi, \sin \alpha \cos 2\varphi, \cos \alpha) \quad (5)$$

为了确定光斑在观察屏上的位置, 设定观察屏严格垂直于金属丝轴向 (即法线平行于 z 轴), 并放置在距离原点为 $z = D$ 的平面上, 则原点到观察屏的路径参数 s (即圆锥的母线长度) 为: $s = D / \cos \alpha$ 。因此, 反射光线在观察屏上的横纵投影坐标 X, Y 为:

$$X = sv_x = r \sin \varphi + D \tan \alpha \sin 2\varphi \quad (6)$$

$$Y = sv_y = r \cos \varphi + D \tan \alpha \cos 2\varphi \quad (7)$$

其中 r 为金属丝半径。由于 r 远小于宏观屏距 D (即 $r \ll D$)，可近似认为：

$$X = D \tan \alpha \sin 2\varphi, \quad Y = D \tan \alpha \cos 2\varphi \quad (8)$$

利用三角恒等式 $\sin^2 2\varphi + \cos^2 2\varphi = 1$ 对方位角参数进行平方求和消元，即可得到反射光迹在观察屏上的方程：

$$X^2 + Y^2 = (D \tan \alpha)^2 \quad (9)$$

这结果在数学上证明了反射光在观察屏上的光迹近乎为一个几何圆，揭示了柱面几何反射的三维光学调制作用。通过式(5)可以看出：金属丝将平行入射的激光束反射为一个顶角为 2α 的空间圆锥形光面。当垂直观察屏截断该光锥时，便会形成一个圆心位于 $(0, 0, D)$ ，半径为：

$$R = D \tan \alpha \quad (10)$$

的圆环，如图2所示。该圆环的大小完全由掠入射角 α 和屏距 D 决定。

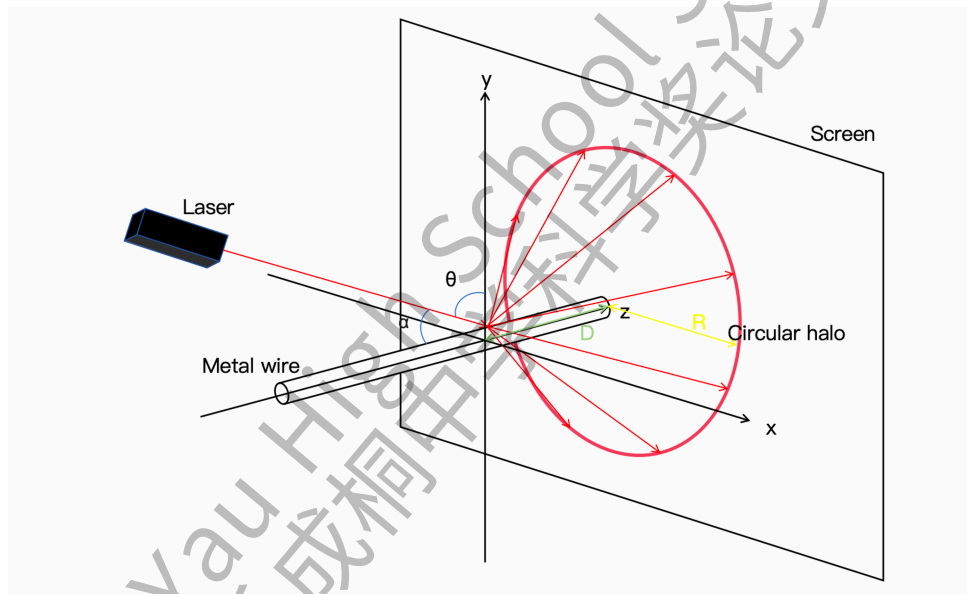


图 2: 反射圆环理论示意图

2.2 金属丝不垂直于观察屏时光环的畸变

在 2.1 小节的几何分析中，“几何圆”结论依赖于观察屏严格垂直于金属丝中心轴的强假设。然而，在实际系统中，观察屏法线往往相对金属丝中心轴存在倾角 γ 。此时观察屏以倾斜姿态与空间光锥相交。在非极端状态下，即光屏倾角 γ 小于激光入射角 θ ($\theta + \alpha = \pi/2$) 时，倾斜观察屏对光锥的截断行为符合标准的切圆锥几何模型，因此投影在光屏上的光斑会由正圆环畸变为椭圆环，如图3所示。

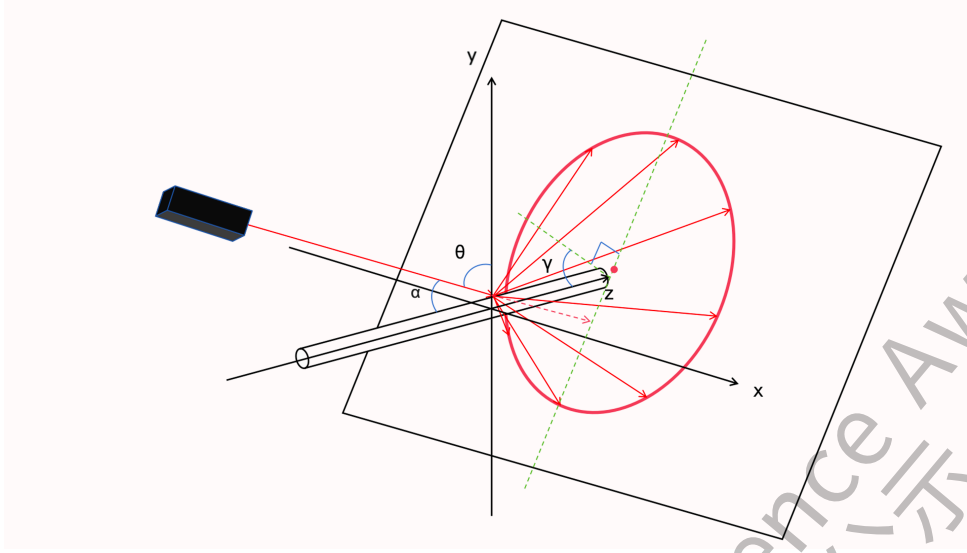


图 3: 反射椭圆环理论示意图

设光屏绕经过点 O' 的 X 轴发生正倾角 γ 的旋转，以下主要讨论 $0 < \gamma < \theta$ 的情况。建立屏幕上的局部二维坐标系 $O'-X'Y'$ ，其中 X' 轴与 X 轴始终重合， O' 为金属丝轴线（即光锥轴线）与光屏的交点。由于光屏绕经过 O' 的 X 轴旋转， O' 始终位于 z 轴上的 $z = D$ 处。规定 $+Y'$ 方向为沿光屏使 z 坐标增大的方向。利用空间坐标变换，倾斜屏幕上的坐标 (X', Y') 映射回原三维空间系 (x, y, z) 的关系为：

$$x = X' \quad (11)$$

$$y = Y' \cos \gamma \quad (12)$$

$$z = D + Y' \sin \gamma \quad (13)$$

将这些空间坐标代入 2.1 节求得的反射射线方程 $(x, y, z) = (sv_x, sv_y, sv_z)$ 中，通过 $z = s \sin \theta$ 解出路径参数 s ：

$$s = \frac{D + Y' \sin \gamma}{\sin \theta} \quad (14)$$

将 s 代入 x 和 y 的方程中，分离出方位角参数 $\sin 2\varphi$ 与 $\cos 2\varphi$ ：

$$\sin 2\varphi = \frac{X' \tan \theta}{D + Y' \sin \gamma}, \quad \cos 2\varphi = \frac{Y' \cos \gamma \tan \theta}{D + Y' \sin \gamma} \quad (15)$$

利用恒等式 $\sin^2 2\varphi + \cos^2 2\varphi = 1$ 消去参数 φ ，可得：

$$X'^2 \tan^2 \theta + Y'^2 \cos^2 \gamma \tan^2 \theta = (D + Y' \sin \gamma)^2 \quad (16)$$

展开右侧平方项，并将含 Y' 的同类项合并至方程左侧，再将全式除以 $\tan^2 \theta$ ，则可得二次型方程：

$$X'^2 + Y'^2 (\cos^2 \gamma - \sin^2 \gamma \cot^2 \theta) - 2D \sin \gamma \cot^2 \theta Y' = D^2 \cot^2 \theta \quad (17)$$

定义环境常数

$$K := \cos^2 \gamma - \sin^2 \gamma \cot^2 \theta,$$

对 Y' 项进行完全平方配方，最终可以化为椭圆的平移标准方程：

$$\frac{X'^2}{B^2} + \frac{(Y' - Y_c)^2}{A^2} = 1 \quad (18)$$

这是一个以 $(0, Y_c)$ 为中心，分别以 A, B 为半长轴和半短轴的椭圆 ($A > B$)。其中：

$$Y_c = \frac{D \sin \gamma \cot^2 \theta}{K}, \quad A = \frac{D \cot \theta \cos \gamma}{K}, \quad B = \frac{D \cot \theta \cos \gamma}{\sqrt{K}} \quad (19)$$

可以写出椭圆的离心率 $e = \sqrt{1 - (B^2/A^2)}$ 。由于 $B^2/A^2 = K$ ，代入后可得到：

$$e = \frac{\sin \gamma}{\sin \theta} = \frac{\sin \gamma}{\cos \alpha} \quad (20)$$

为定义椭圆中心偏移率，设空间光锥顶点在倾斜光屏上的垂直投影点为 P' 。由于 O' 为光锥轴线与光屏的交点，且 D 为顶点到 O' 的轴向距离，根据几何投影关系， P' 在屏幕坐标系中的纵坐标为

$$Y_{P'} = -D \sin \gamma \quad (21)$$

因此，椭圆中心与光锥顶点垂直投影点之间的距离 l 为

$$l = Y_c - Y_{P'} = Y_c + D \sin \gamma \quad (22)$$

代入 Y_c 的表达式：

$$l = \frac{D \sin \gamma \cot^2 \theta}{K} + D \sin \gamma = \frac{D \sin \gamma \cos^2 \gamma}{K \sin^2 \theta} \quad (23)$$

定义椭圆中心偏移率 $\eta := l/A$ ，代入 l 与 A 的表达式，可得：

$$\eta = \frac{l}{A} = \frac{\sin \gamma \cos \gamma}{\sin \theta \cos \theta} \quad (24)$$

利用二倍角公式，并结合 $\theta + \alpha = \pi/2$ ，最终得到：

$$\eta = \frac{\sin(2\gamma)}{\sin(2\theta)} = \frac{\sin(2\gamma)}{\sin(2\alpha)} \quad (25)$$

可见，倾斜屏上椭圆光环的离心率和中心偏移率都仅由屏幕倾角 γ 与光线掠入射角 α 决定，而与宏观尺度 D 无关。

进一步分析以上结果，当屏幕恢复垂直状态 ($\gamma \rightarrow 0$) 时，椭圆中心偏移率 $l/A \rightarrow 0$ ，离心率 $e \rightarrow 0$ ，常数 $K \rightarrow 1$ ，此时 $A = B = D \cot \theta = D \tan \alpha$ ，方程精准退化回 2.1 节的几何正圆模型。另外，从离心率公式可知，当屏幕倾角临近激光入射角（即 $\gamma \rightarrow \theta$ ）时，离心率 $e \rightarrow 1$ 且系数 $K \rightarrow 0$ ，椭圆逐渐趋于抛物线；当 $\gamma > \theta$ 时， $e > 1$ 且 $K < 0$ ，光迹进一步转化为双曲线，在实验观测中表现为顶部断开并向远处延伸的开环结构。

2.3 细丝导致的圆环上衍射条纹

从波动光学的角度来看，金属丝不仅对平行入射的激光束产生宏观的三维反射调制，使其在空间扫出一个顶角为 2α 的圆锥形光面；同时，作为微小障碍物，细丝的边缘还会对入射波产生衍射效果。当金属丝直径 a 逐渐减小至与激光波长 λ 可相比拟的尺度时，光波的衍射现象将变得显著。此时，在光束穿过金属丝后的正前方区域附近会出现沿着圆环分布的、明暗相间的弧形干涉条纹。

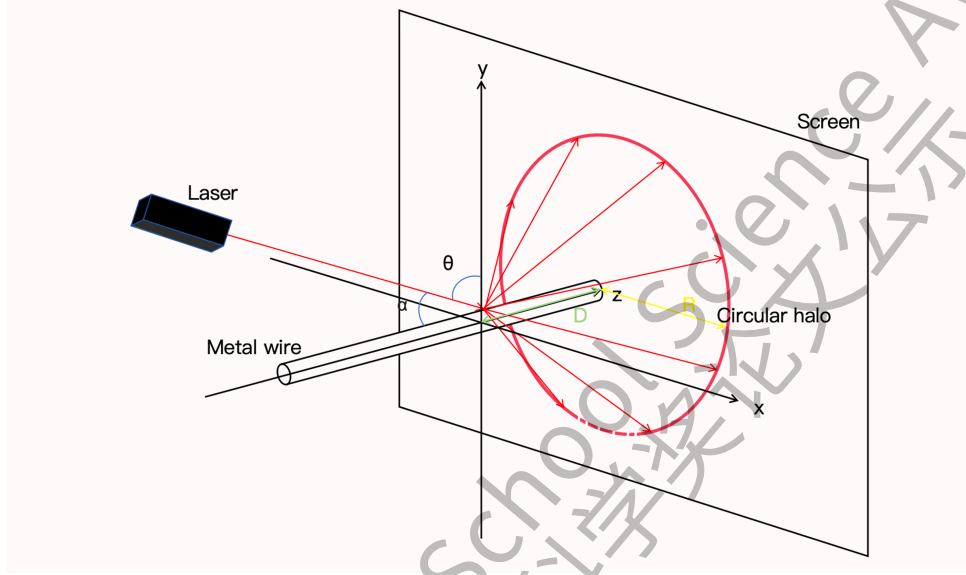


图 4: 衍射条纹理论示意图

根据巴比涅原理 (Babinet's principle)，在入射波原先无法到达的区域，不透明细丝的远场衍射光强分布与同等宽度的单缝一致，因而可以使用单缝衍射模型计算衍射光的光强分布：对单缝宽度方向建立 y 坐标，在远场近似条件下，对于衍射角 θ_d ($\theta_d \neq 0$ 且 $\theta_d \ll 1$)， y 处传出的光线与中心轴光线的光程差为 $\Delta l = y \sin \theta_d$ ，依据惠更斯-菲涅耳原理 (Huygens-Fresnel principle)，衍射光复振幅的相干积分表达为：

$$E(\theta_d) \propto \int_{-a/2}^{a/2} e^{i \frac{2\pi}{\lambda} y \sin \theta_d} dy \quad (26)$$

定义空间波数参数 $k' := 2\pi \sin \theta_d / \lambda$ ，对上述进行积分计算可以得到：

$$E(\theta_d) \propto \frac{e^{ik'a/2} - e^{-ik'a/2}}{ik'} \quad (27)$$

利用欧拉公式展开化简，并定义无量纲的相位参量 $\beta := k'a/2 = \pi a \sin \theta_d / \lambda$ 。由于宏观上可观测的光强正比于电场复振幅的模方，我们可以得出衍射光强的分布公式：

$$I = I_0 \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2, \quad \text{其中 } \beta = \frac{\pi a \sin \theta_d}{\lambda} \quad (28)$$

上式揭示了入射波被金属丝衍射后光场能量的空间分布。为了确定屏幕上衍射暗纹的确切坐标，提取出上式的极小值条件为 $\sin \beta = 0$ ，即 $\beta = m\pi$, $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ 。于是

在小角近似 ($\sin \theta_d \approx x/L$, 其中 L 为衍射光传播的直线屏距) 下, 第 m 级暗纹的横向位置为:

$$x_m = \frac{m\lambda L}{a} \quad (29)$$

由此可推导出相邻两暗纹之间的间距公式为:

$$\Delta x = x_{m+1} - x_m = \frac{\lambda L}{a} \quad (30)$$

由于实验中测量的是激光入射点到光屏的距离 (屏距) D , 根据几何关系, 中心光轴到达光屏的实际光程 $L = D/\cos \alpha$ (等于 2.1 小节中的路径参数 s)。将其代入上式, 即可得到相邻暗纹间距的最终公式:

$$\Delta x = \frac{\lambda D}{a \cos \alpha} \quad (31)$$

可见理论上 (其他参数一定时) 暗纹间距 Δx 与屏距 D 呈正比关系。因此, 测量出 (其他参数一定时) 一系列屏距下的暗纹间距后, 可用正比函数拟合 Δx - D 实验关系图得到拟合斜率 k_{fit} , 从而得到金属丝直径的实验值:

$$a = \frac{\lambda}{k_{\text{fit}} \cos \alpha} \quad (32)$$

2.4 环形光斑的角域映射与完整度限制

在真实的实验观测中, 对尺寸较大的金属丝 (金属丝直径大于激光束直径) 进行倾斜照射时, 会观察到屏幕上的圆环并不是完整的, 而是只呈现出一段明亮的圆弧。这一现象源于几何光学中光束宽度的物理限制。用可见圆弧所对的圆心角 Φ_{screen} 表示光环的完整度, 设准直的激光束直径为 d , 金属丝直径为 a 。如图5所示, 由简单的截面几何关系可知, 当 $d < a$ 时, 金属丝表面被有效照亮区域的半角, 为 $\phi = \arcsin(d/a)$ ($\phi \in (0, \pi/2)$)。根据在 2.1 小节得到的屏幕坐标方程(8)式, 屏幕上相对应的光迹边缘方位角 Φ' ($\Phi' \in (0, \pi)$) 可以通过计算横纵坐标的比值得出:

$$\tan \Phi' = \frac{X}{Y} = \frac{D \cot \theta \sin 2\varphi}{D \cot \theta \cos 2\varphi} = \tan(2\varphi) \quad (33)$$

从而有 $\Phi' = 2\phi$ 。于是光环完整度可以表示为: $\Phi_{\text{screen}} = 2\Phi' = 4\phi = 4 \arcsin(d/a)$ 。定义无量纲光束覆盖比 $\kappa := d/a$ 作为控制系统性质的有效参数, 此时光环完整度的公式可以写为:

$$\Phi_{\text{screen}} = 4 \arcsin \kappa \quad (34)$$

对于 $d \geq a$, 即 $\kappa \geq 1$ 的情况来说, 有 $\phi = \pi/2$, 于是 $\Phi_{\text{screen}} = 4\phi = 2\pi$ 。即除了被金属丝直接挡住的极小部分之外, 反射光迹将呈现出一个完整的圆环。

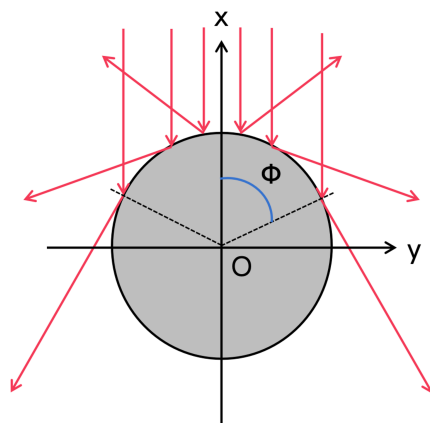


图 5: 圆环不完整时金属丝截面理论示意图

3 实验装置与方法

3.1 实验装置与光路搭建

本研究所搭建的实验装置如图6所示，在两根竖立柱之间架起一根可调高度的横梁，利用夹持装置将金属丝和激光器以特定的姿态固定在横梁上，并将白色的光屏置于地面。通过调整横梁的高度，可以自由地调节激光入射点到光屏的距离 (D)；通过旋转横梁或夹持装置上的关键支撑杆，可以自由地调节激光入射角度 (α) 和金属丝的倾斜角度 (γ)。

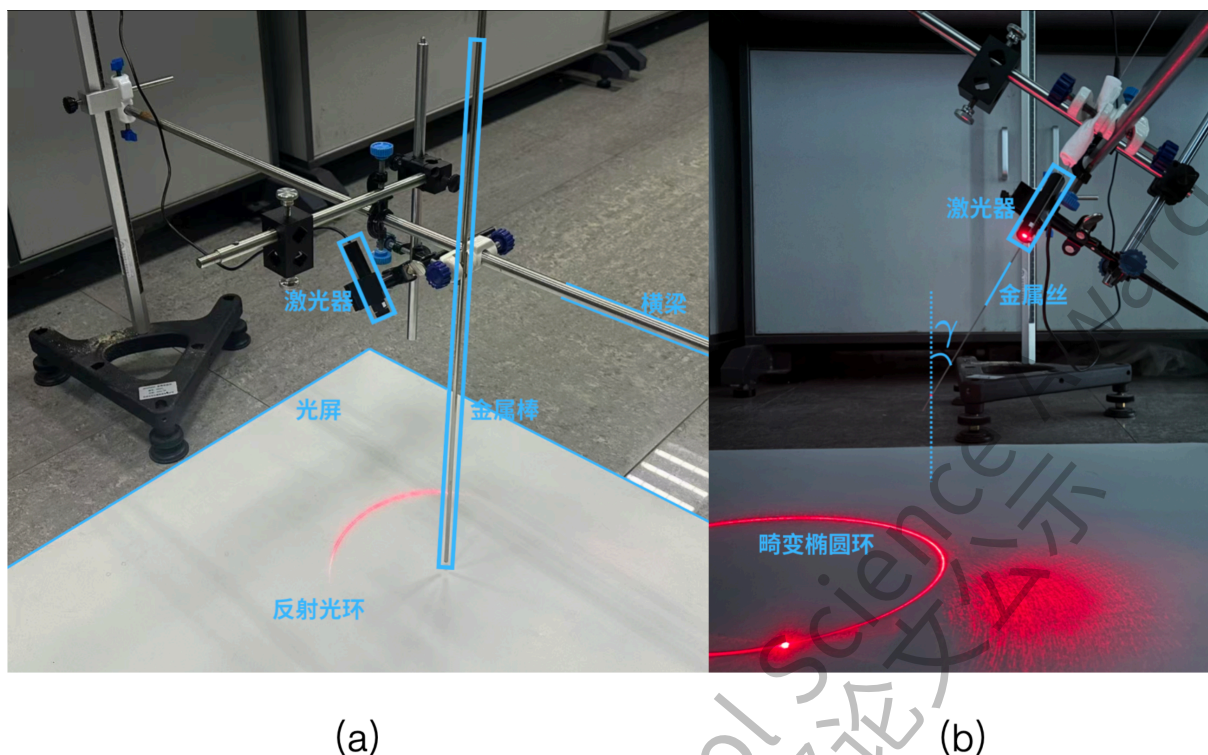


图 6: 实验装置实拍图: (a) 实验装置总体布局, 图中使用的为半径 2.49 mm 的金属棒; (b) 实验装置侧视图, 展示横梁旋转 γ 度时, 金属丝不垂直于光屏, 光环畸变。

实验采用功率为 5 mW 且可调焦的红色（工作波长为 653.4 nm ）及蓝紫色（工作波长为 407.8 nm ）激光器，其工作波长由光纤光谱仪测出，详见附录A。采用分辨率为 24 MP 的相机固定于激光反射点正上方进行俯视拍摄，拍摄时在光屏表面放置标准物理刻度尺，用于像素坐标与实际物理尺寸之间的比例尺标定。

3.2 正圆环半径与屏距关系的定量测量

在探究无畸变正圆环半径与屏距的几何关系时，实验选用直径 $a = 0.9\text{ mm}$ 的金属丝，借助重锤线将其竖直固定以确保其与地面上的光屏保持严格的垂直关系（ $\gamma = 0$ ）。固定红色激光器的掠入射角 α ，侧视拍摄激光器与金属丝的空间状态后利用 Tracker 软件处理图像以获取 α 的值。通过调节横梁高度多次改变入射点屏距 D ，侧视拍摄激光反射点的位置后利用 Tracker 软件获取 D 的值。俯视拍摄 6 组不同屏距下的圆环图像，导入 Tracker 软件并标定像素比例尺后，在圆环图像上均匀选取 20 个像素点坐标，调用拟合算法自动提取圆环半径 R 的实验测量值。改变激光掠入射角 α ，重复上述实验 3 次。共计获取 18 组圆环半径的实验数据。

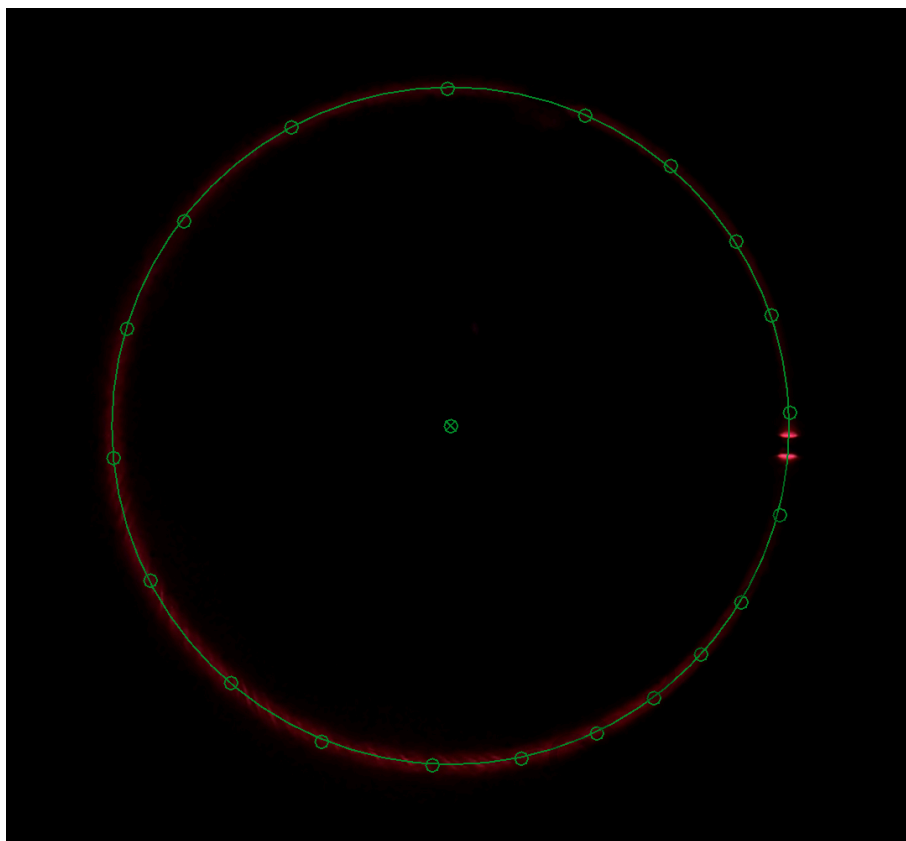


图 7: 对圆环的图像处理及拟合结果示例

3.3 倾斜椭圆环畸变参数的提取

在上述实验装置及器材的基础上，为研究观察屏不垂直于金属丝时光环所产生的椭圆畸变现象，实验通过旋转横梁，在不改变激光入射角的情况下引入金属丝倾角 γ 。固定红色激光器的掠入射角 α ，多次调节金属丝倾角 γ ，利用侧视拍摄后导入 Tracker 软件处理图像的方法获取二者的值。保持拍摄机位位于激光反射点的正上方，俯视拍摄 9 组不同倾角下激光反射点及投影椭圆环的图像。如图8所示，分析数据时，在 Tracker 中获取椭圆环上 10 个均匀分布的像素点平面坐标 (X', Y') ，编写并运行 Matlab 最小二乘法拟合程序以获取椭圆一般方程的最佳系数，由此解出椭圆半长轴 A 和离心率 e 的实验值。再结合激光入射点在坐标系中的投影位置，计算椭圆中心到激光入射点的水平距离 l ，进而算出椭圆中心偏移率 $\eta := l/A$ 的实验值。改变激光掠入射角 α ，重复上述实验 3 次。共计获取 27 组椭圆形态 (e 和 η) 的实验数据。

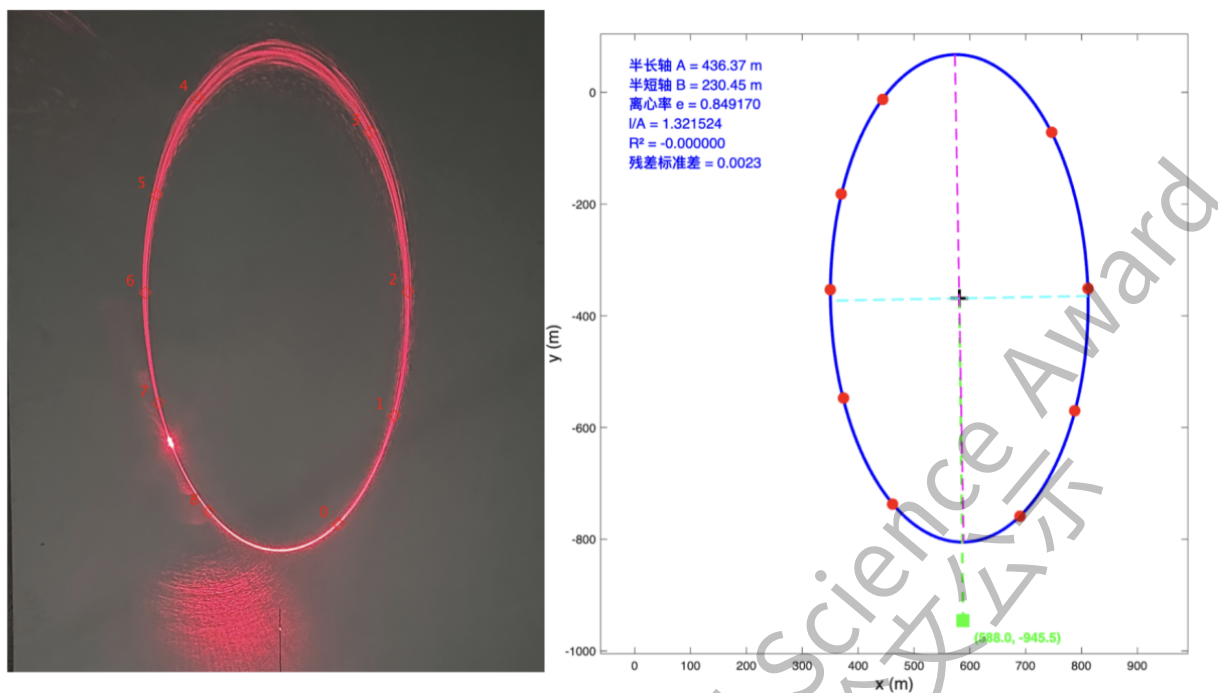


图 8: 对椭圆环的图像处理及拟合结果示例

3.4 弧形衍射条纹的观察及其条纹间距的获取

在研究微小障碍物引起的波动衍射效应时，实验采用直径 $a = 50 \mu\text{m}$ （由螺旋测微器测出）的微细钛丝，一端固定于夹持装置，另一端悬挂磁铁配重以使其在竖直方向自然拉伸伸直，并用激光束斜向下照射。在此实验条件下可以在光屏上同时观察到弧形衍射条纹与反射圆环的存在，其具体现象将在 4.3 小节中展示。

为定量获取衍射条纹间距 Δx 的实验值，固定红色激光器的掠入射角 α ，多次调节屏距 D ，利用侧视拍摄后导入 Tracker 软件处理图像的方法获取二者的值。俯视拍摄 10 组弧形衍射条纹的图像，如图9所示，利用 Tracker 提取各级衍射暗纹的像素坐标，利用 Matlab 程序拟合圆弧方程，从而计算出相邻暗纹之间的平均弧长间距，作为条纹间距 Δx 的实验值。换用蓝紫色激光器，重复上述实验一次。共计获取 20 组条纹间距的实验数据。

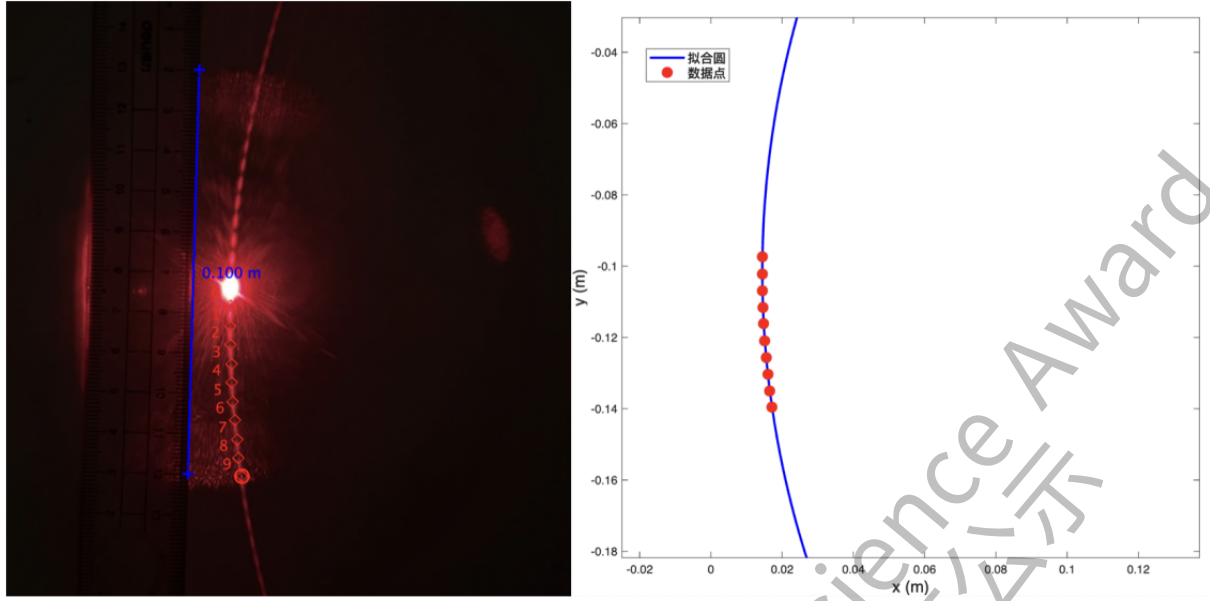


图 9: 对衍射条纹的图像处理及拟合结果示例

3.5 光环完整度与角域映射评估

为定量评估光束宽度对光环完整度的限制，实验选用半径 $a = 2.49 \text{ mm}$ 的粗金属棒以构建较小的光束覆盖条件。固定红色激光器的位置和掠入射角 α ，利用侧视拍摄后导入 Tracker 软件处理图像的方法获取 α 和激光器发射端与反射点的距离。我们首先在实验所用的激光器发射端与反射点的距离条件下，标定了激光器准焦螺旋角度与入射光斑直径 d 的对应关系。实验中保持激光器出射端与反射点的距离始终远远大于 d ，从而可以近似地认为入射激光仍然是准直的。经过换算即可通过调节准焦螺旋的角度来定量地改变光束覆盖比 κ 。为半定量地评估圆环的可见范围，固定装置和准焦螺旋角度后在暗室下从零开始逐渐增大激光器的光强，如图10所示，在恰能看清部分圆环的光强条件下，俯视拍摄屏上圆弧的图像。将图像导入 Tracker 拟合圆弧并提取圆心后，利用角度测量工具即可得到光环完整度 Φ_{screen} 的实验值。通过旋转准焦螺旋多次调节光束覆盖比 κ ，测量 11 组光环完整度 Φ_{screen} 。改变激光器掠入射角 α ，重复上述实验 3 次。共计获取 33 组光环完整度的实验数据。

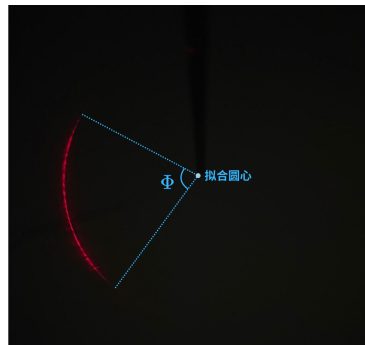


图 10: 微弱光强条件下的反射圆弧实验现象图

4 实验结果与讨论

4.1 垂直投影条件下圆环半径与入射点高度的关系

垂直投影条件下圆环半径 R 与屏距 D 关系的实验结果与理论曲线的对比效果如图11所示，其中理论曲线依据 2.1 小节中的(10)式绘制。可见实验结果与理论公式符合较好，由(10)式所表示的 R 与 D 的正比关系得到了实验上的验证。

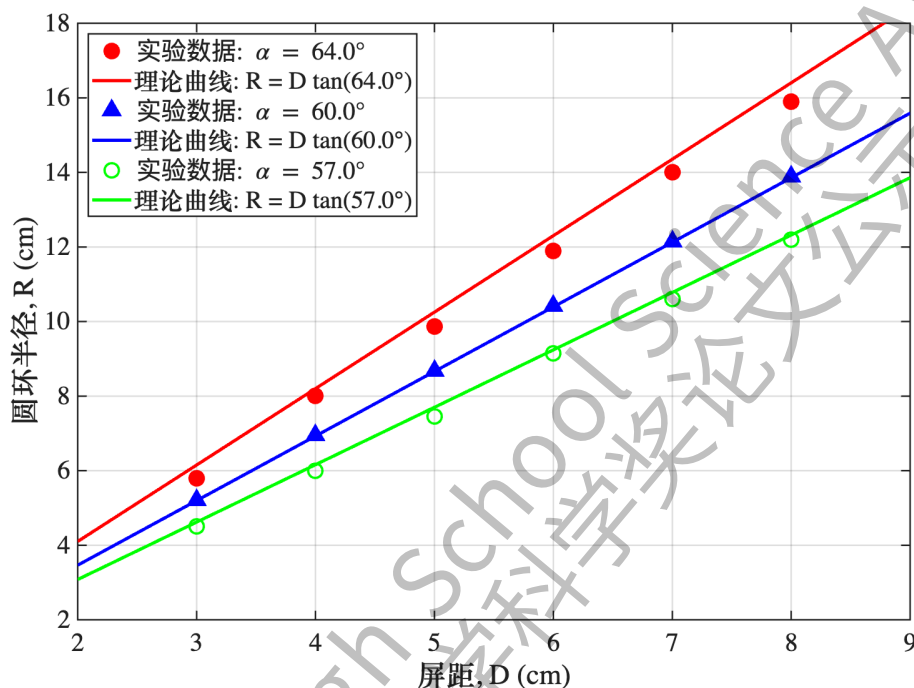


图 11: 圆环半径与屏距的关系：实验结果与理论曲线对比图

4.2 非正交投影下椭圆光环形态参数的实验结果

非正交投影条件下，椭圆光环离心率 e 与金属丝倾角 β 关系的实验结果与理论曲线的对比效果如图12所示，其中理论曲线依据 2.2 小节中的(20)式绘制。可见，椭圆环离心率 e 的实验值随倾角 γ 的增大呈现出上升趋势，实验结果契合理论曲线。此外我们可以看到实验中圆锥曲线的离心率均小于 1，即均为椭圆。这也验证了当金属丝偏角 γ 保持小于激光入射角 θ 时，椭圆光环不会拓扑性地变化为抛物线或双曲线。

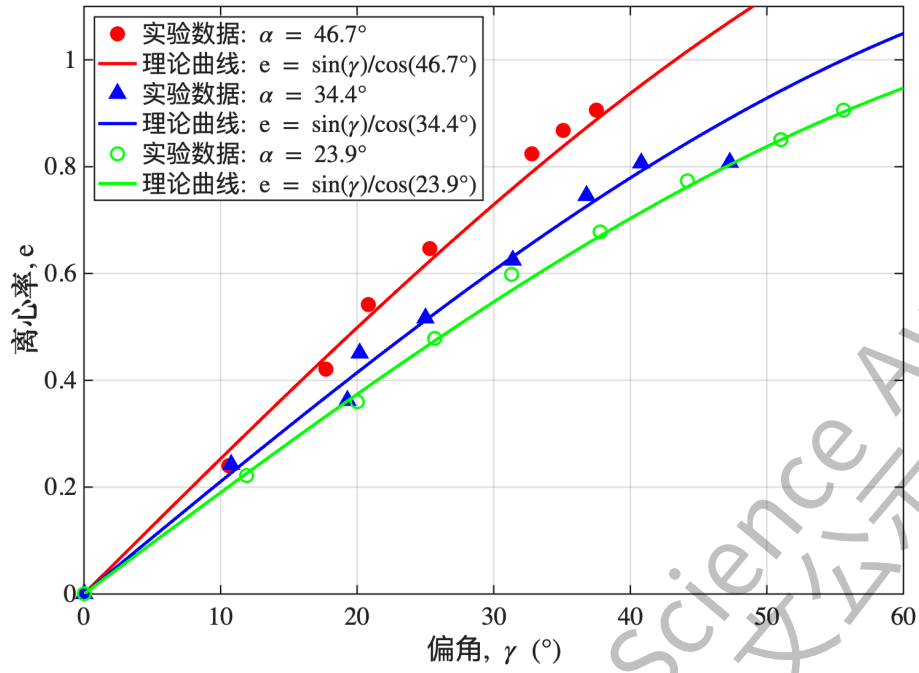


图 12: 椭圆离心率与金属丝偏角的关系：实验结果与理论曲线对比图

椭圆中心偏移率 η 与金属丝倾角 β 关系的实验结果与理论曲线的对比效果如图13所示，其中理论曲线依据 2.2 小节中的(25)式绘制。可见，椭圆中心偏移率 η 的实验值随倾角 γ 的增大总体呈现出先增后减的趋势，与理论预测的结果一致。

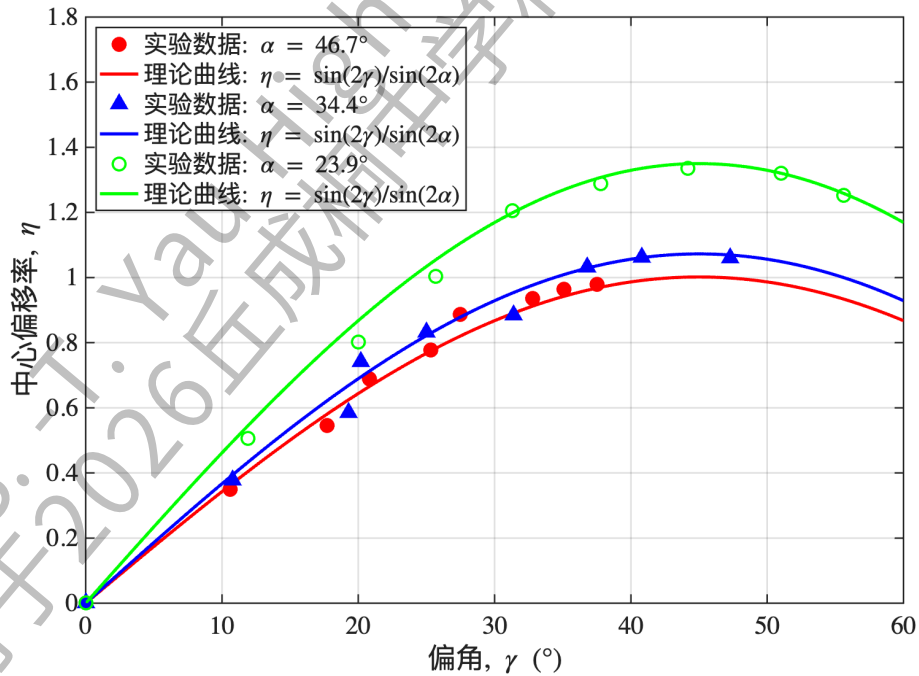


图 13: 椭圆中心偏移率与金属丝偏角的关系：实验结果与理论曲线对比图

4.3 细丝条件下弧形衍射条纹的观察及其条纹间距与屏距的关系

如图14所示，在 3.4 小节所描述的实验条件下，光屏上呈现出反射圆环与沿圆环分布的弧形衍射条纹同时存在的现象。这证实了光屏上圆环的产生是金属丝对激光的反射作用和衍射作用的综合结果，展现了应用几何光学与波动光学协同分析光环现象的必要性。

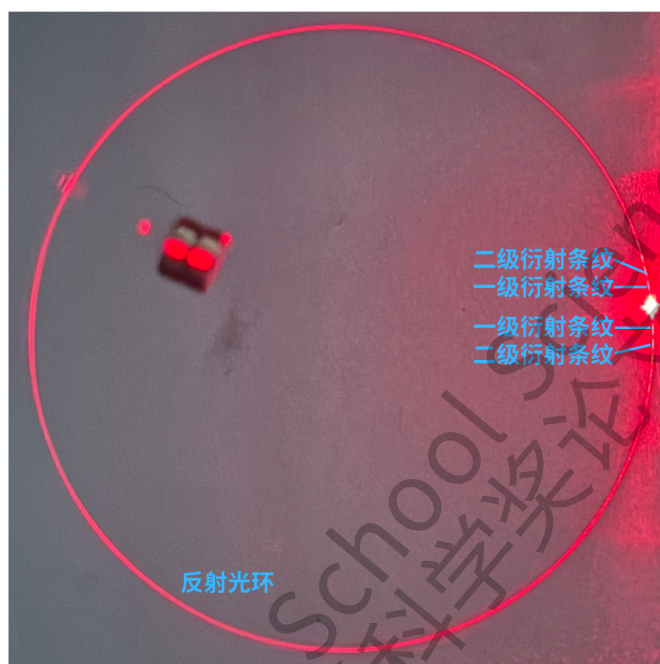


图 14: 同时观察到反射圆环与衍射条纹的实验现象图

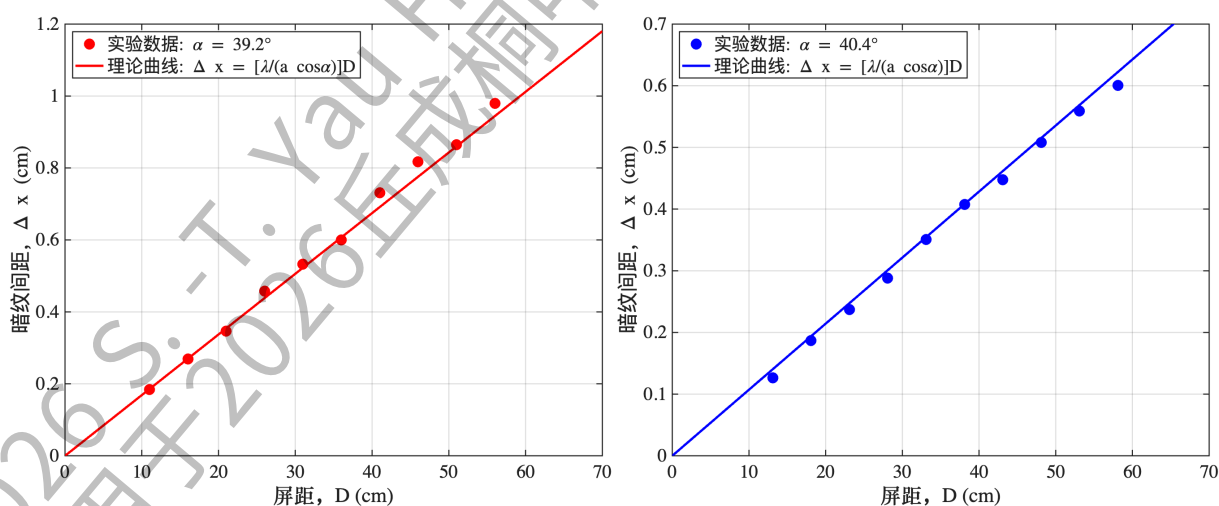


图 15: 暗纹间距与屏距的关系：实验结果与理论曲线对比图；左图 (a) 为红色激光器，右图 (b) 为蓝紫色激光器

在此条件下，衍射条纹间距 Δx 与屏距 D 关系的实验结果与理论曲线的对比效果如图15所示，其中理论曲线依据 2.3 小节中的(31)式绘制。由于衍射条纹较小，在使用

Tracker 测量时容易产生较为明显的误差。可认为在一定的误差范围内实验结果与理论公式符合较好，由(31)式所表示的 Δx 与 D 的正比关系得到了实验上的验证。

此外，我们可以通过用正比函数拟合实验数据点的方法得到 k_{fit} 的实验值，从而依据(32)式计算出利用衍射现象所得到的钛丝直径测量值。

例如，在图16中，已知红光波长 $\lambda = 653.4 \text{ nm}$ ， $\alpha = 39.2^\circ$ ，实验数据拟合斜率 $k_{\text{fit}} = 0.0173$ ， $R^2 = 0.9964$ ，拟合优度良好，带入(32)式可以算出 $a = 48.7 \mu\text{m}$ 。这与通过螺旋测微器测量得到的 $a = 50 \mu\text{m}$ （作为约定真值）之间的相对误差仅为 2.51%，说明该方法可以很好地测量倾斜细丝的直径。

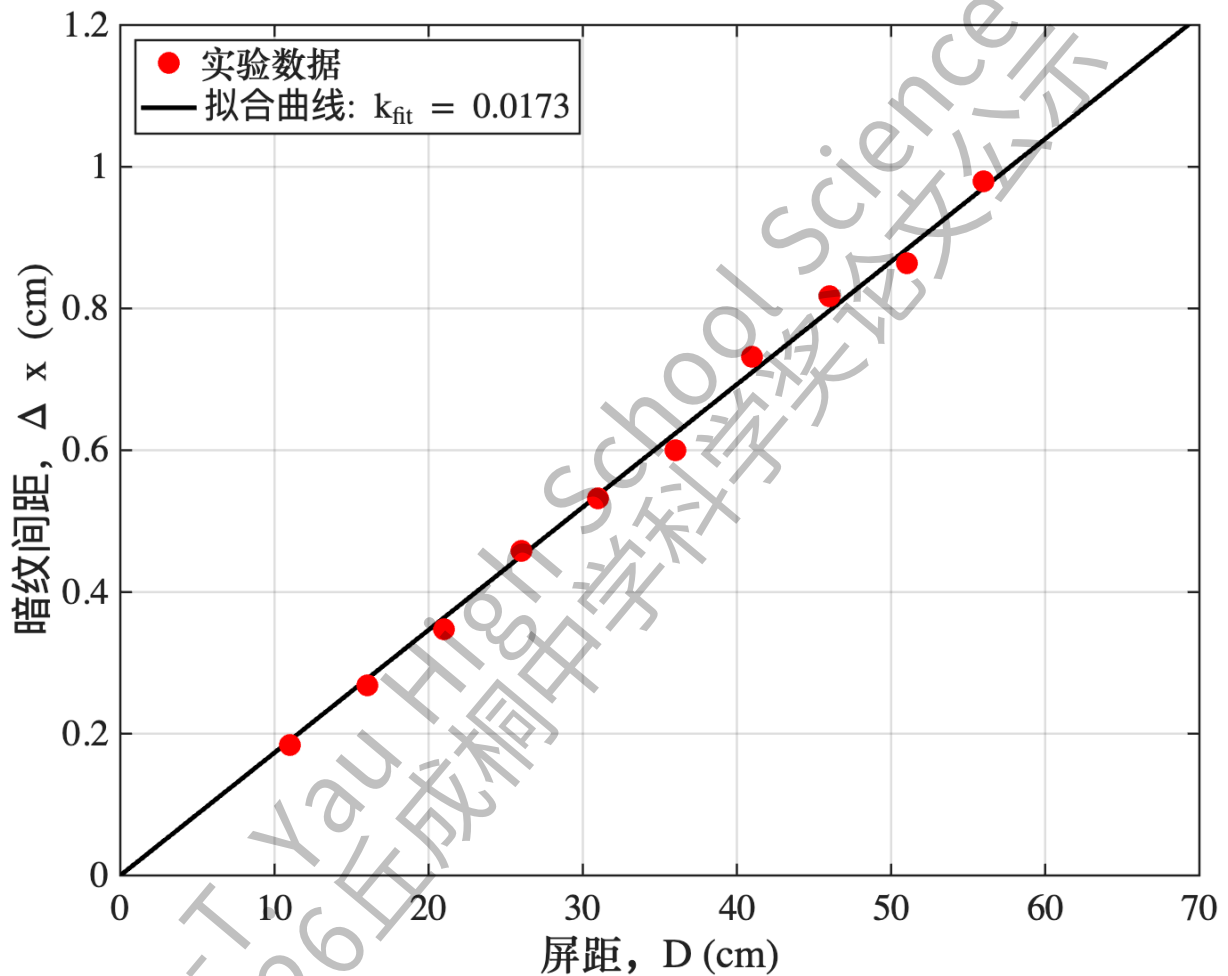


图 16: 图 12 (a) 实验数据拟合结果

4.4 光环完整度分析

光环完整度 Φ_{screen} 与光束覆盖比 κ 关系的实验结果与理论曲线的对比效果如图17所示，其中理论曲线依据 2.4 小节中的(34)式绘制（理论上 Φ_{screen} 与 α 无关）。可以看到实验数据的总体趋势与理论预测相同：随着 κ 从 0 开始逐渐增大， Φ_{screen} 先随之增大，而后在 $\kappa \geq 1$ 时 Φ_{screen} 达到 360° ，此时光环变得完整。

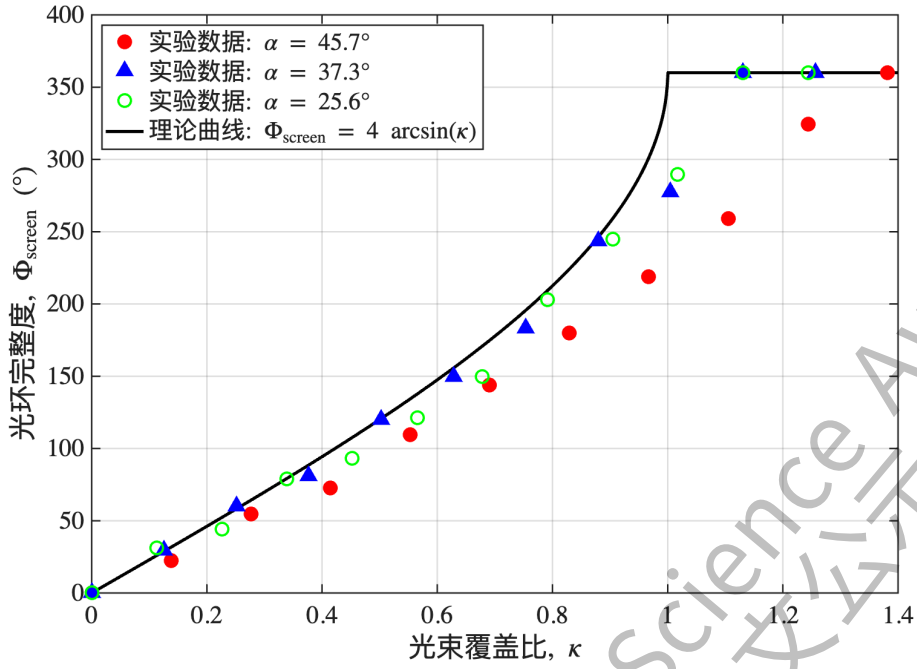


图 17: 光束覆盖比与光环完整度的关系：实验结果与理论曲线对比图

此外我们观察到实验数据整体小于理论预测值，其理论解释是：对于处于边缘处的可见光迹，其单位圆心角上的光强正比于金属丝反射面上对应位置的光斑弦长（弦线平行于金属丝轴线）。然而在边缘附近，光斑的弦长连续地从有限值减小至零，这使得可见光迹的光强在可见性边缘附近实际上是连续地减小到 0 的。因而在实际实验中，我们只能以光迹光强低于相机或人眼的响应阈值处作为实验上的可见性边界。而 2.4 小节的理论分析部分实质上以光迹光强刚好减小到 0 的位置作为理论上的可见性边界，这便导致光环可见度的实验值整体小于理论值。

总体而言，作为半定量实验，本实验的结果能够在一定程度上验证 2.4 小节中理论分析所得到的(34)式的可靠性。

5 结论与展望

本研究探讨了准直激光倾斜照射光滑金属圆柱体时所产生的空间光锥面及其投影现象，构建了涵盖几何光学和波动光学的统一理论模型，打破了光屏必须严格垂直于圆柱轴线和环形光必须完整的传统思想限制，并首次在实验上观察到了反射光环和衍射条纹并存的现象。

首先，在正交投影条件下，理论模型与实验数据验证了圆环半径、屏距及掠入射角的线性几何映射关系 $R = D \tan \alpha$ （即式(10)）。而且，分析了非正交投影下的光环形态畸变现象，验证了当金属丝以较小倾角倾斜时会引起光环畸变为椭圆环；推导了椭圆离心率公式 $e = \sin \gamma / \cos \alpha$ （即式(20)）和椭圆中心偏移率公式 $\eta = \sin(2\gamma) / \sin(2\alpha)$ （即式(25)），并通过实验验证了理论结论的可靠性。这为在非接触条件下通过投影光环的形

态数据反演计算出反光细杆或细丝材料的空间形态（对应于本实验中的 γ ）提供了理论上的支持。

其次，微米级的钛丝在实验中展现了由几何反射主导的宏观光环与由波动光学主导的衍射条纹共存的现象，对条纹间距的定量研究验证了其在展现几何光学特征的环形光中同时符合波动光学定量的规律，并基于理论推得的条纹间距公式 $\Delta x = \lambda D / (a \cos \alpha)$ （即式(31)）成功实现了对钛丝直径的非接触式测量（误差 $< 3\%$ ）。该方案可在不接触细小易损材料（如极细光纤）的前提下，通过投影光环及衍射条纹的形态同时测量其空间姿态和绝对直径。

我们还分析了粗圆柱条件下投影光环的不完整现象，指出光环的完整度取决于光束宽度与柱体直径的相对大小： $\Phi_{\text{screen}} = 4 \arcsin \kappa$ （即式(34)），并通过半定量性的实验验证了这一结论。

最后，本研究建立的倾斜光锥畸变与弧形衍射模型，为复杂工业现场中的无损检测提供了理论支撑。未来可进一步开发基于机器视觉的在线检测系统：利用椭圆畸变参数反演计算待测线材的空间弯曲姿态；或利用衍射条纹特征对微细光纤或金属丝的直径进行非接触式测量，在精密制造、结构应变监测等领域具有重要的应用价值。

致谢

本课题的选题来源于我们在如常生活中看到的一个独特现象：当光线照射到特定微观结构与特定介质表面时，展现出了超越传统几何光学简单解释的非线性特征与复杂光强分布。出于对物理现象底层逻辑的强烈好奇，我们不再止步于定性的直觉推断，而是希望通过建立严谨的理论物理模型与精确的定量实验，从而揭示其背后的数学与物理本质。在探索过程中，从最初的现象观察到进行简单的预实验，发现越来越多投影光环在不同条件下的不同特性，再到确定为具体的研究课题，这种将抽象物理理论应用于解释复杂现实现象的探索欲，成为了支撑我们全程推进研究的核心动力。

本研究由团队中两名成员分工协作、紧密配合完成：叶荣佩在本次研究中承担了理论模型的部分推导，并在进行了实验后完成了对所有实验数据的处理与分析，主导了论文实验部分的撰写，及论文主体的后期修改工作；吴圣添负责实验的数据采集与实验平台、光纤光谱仪与高分辨率采集设备的搭建、校准与使用，完成了理论部分的主要撰写工作，并参与了论文主体的撰写与后期修改工作。

感谢指导老师吴老师在课题全周期给予的专业指导与无私帮助。感谢老师帮助我们最初较为宽泛的物理思考聚焦为具备可行性与学术价值的具体研究课题，确立了从理论建模到实验验证到数据拟合的三位一体研究框架。在论文撰写与修改阶段，感谢老师对逻辑结构、专业学术术语的规范表达以及图像数据的图表呈现提出了诸多建设性意见，极大地提升了本论文的学术严谨性。

在历时半年的探索中，我们深刻体会到了学术研究的曲折与严谨。理论模型推导屡次面临简化假设与真实物理环境失配的困境，实验数据的误差也曾让团队陷入停滞。然

而，通过无数次深夜的讨论、实验方案的微调以及对异常数据的追根溯源，我们不仅掌握了从光学采集到定量分析的全套科研方法，更培养了面对科研挫折时的韧性与批判性思维。这段跨学科、高强度的合作经验，是我们高中阶段极为宝贵的学术经验。

感谢深圳国际交流书院（Shenzhen College of International Education）物理实验室为本课题提供的硬件条件支持，包括可调角度光学夹持平台、光纤光谱仪及高分辨率图像采集设备等，为实验数据的精确获取提供了坚实的硬件保障。感谢组员对研究的耐心与努力，特别是在长时间重复的数据采集过程中给予的帮助。

我们还要感谢我们的父母为研究提供的全方位支持，正是因为他们的陪伴、支持和鼓励，我们才能在困难时坚持下去，最终完成这项研究工作。

最后，本研究在遵从学术诚信与规范的前提下，合理使用了人工智能辅助工具（如 ChatGPT / Gemini / DeepSeek）辅助进行数据处理脚本（如 MATLAB 拟合算法与绘图）的代码排错与效率优化。以及用于论文英文摘要及部分论述段落的语法检查、学术句式润色与修辞优化，以提升可读性。所有理论物理模型的建立、推导、实验方案的设计、原始数据的采集与分析、以及论文的核心学术观点均由本研究团队独立完成，AI 工具未参与任何数据生成、实验造假或学术观点的直接构建。

参考文献

- [1] KOZAKI S. Scattering of a Gaussian beam by an inhomogeneous dielectric cylinder [J]. Journal of the Optical Society of America, 1982, 72(11): 1470-1474.
- [2] LOCK J A. Morphology-dependent resonances of an infinitely long circular cylinder illuminated by a diagonally incident plane wave or a focused Gaussian beam [J]. Journal of the Optical Society of America A, 1997, 14(3): 640-652.
- [3] SAIZ J M, GONZÁLEZ F, MORENO F. Scattering by a metallic cylinder on a substrate: burying effects [J]. Optics Letters, 1996, 21(17): 1330-1332.
- [4] GLASS S J. Fresnel diffraction from curved fiber snippets with application to fiber diameter measurement [J]. Applied Optics, 1996, 35(36): 7140-7144.
- [5] 赵建林, 范伟, 陆全明, 等. 激光照射细圆柱介质产生的空间光锥及投影图形研究 [J]. 物理学报, 2002, 51(12): 2748-2753.

A 激光器工作波长的测量

如图18与图19所示，利用光谱仪测量红色激光器与蓝紫色激光器的波长，波长分别为 $653.4nm$ 和 $407.8nm$ ，且体现了光的单色性很好。

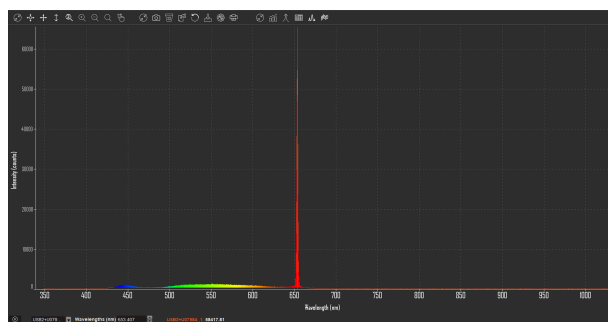


图 18: 红色激光器工作波长光谱仪测量结果

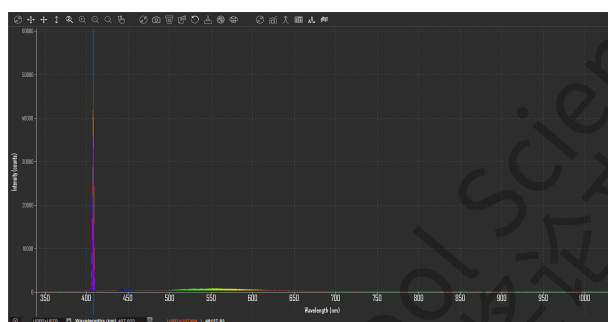


图 19: 蓝紫色激光器工作波长光谱仪测量结果